Editorial San Marcos

El Postulante
colección

Física

COLECCIÓN EL POSTULANTE

FÍSICA

COLECCIÓN EL POSTULANTE

FÍSICA

Editorial San Marcos

FÍSICA - Colección El Postulante
Salvador Timoteo

Diseño de portada: Óscar Farro
Composición de interiores: Blanca Llanos
Responsable de edición: Alex Cubas

Jr. Dávalos Lissón 135, Lima
Telefax: 331-1522
RUC 20260100808
E-mail: informes@editorialsanmarcos.com

Primera edición: 2007
Segunda edición 2013
Tiraje: 1000 ejemplares

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
Registro N.° 2012-12003
ISBN 978-612-302-915-9
Registro de Proyecto Editorial N.° 31501001200780

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 974, Lima
Telefax: 424-6563
E-mail: ventaslibreria@editorialsanmarcos.com
www.editorialsanmarcos.com

Composición, diagramación e impresión:
Editorial San Marcos de Aníbal Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S. J. L.
RUC 10090984344

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

Editorial San Marcos presenta al público la Colección El Postulante, elaborada íntegramente pensando en las necesidades académicas de los jóvenes que aspiran a alcanzar una vacante en las universidades, institutos y centros superiores de estudio a nivel nacional.

La Colección El Postulante reúne los temas requeridos por los prospectos de admisión, los cuales son desarrollados didácticamente, con teoría ejemplificada y ejercicios propuestos y resueltos, de alto grado de dificultad, con los cuales se busca dotar a los jóvenes de los conocimientos básicos necesarios para enfrentar no solo los diversos exámenes de admisión, sino afianzar los saberes de su formación escolar y alcanzar una formación integral que les permita, en el futuro próximo, desarrollar una vida universitaria exitosa.

Finalmente, deseamos hacer un reconocimiento al staff de docentes liderados por Salvador Timoteo, Pedro de Castro, Jorge Solari y Nathali Falcón, profesores de amplia trayectoria en las mejores academias de nuestro país, quienes han entregado lo mejor de su experiencia y conocimientos en el desarrollo de los contenidos.

–EL EDITOR–

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Es el estudio de las relaciones que guardan entre sí todas las magnitudes físicas, ya que toda magnitud derivada depende de las fundamentales.

MAGNITUD

Para la Física, una magnitud es aquella propiedad de un cuerpo, sustancia o fenómeno físico susceptible de ser medida.

MEDIR

Medir es comparar dos magnitudes de la misma especie donde una de ellas se toma como unidad de medida.

CLASIFICACIÓN DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS

I. De acuerdo a su origen

- **Magnitudes fundamentales:** son aquellas magnitudes que se toman como patrones y se escogen convencionalmente para definir las magnitudes restantes.
- **Magnitudes derivadas:** son aquellas magnitudes que se obtienen por combinación de las que se han tomado como fundamentales.

II. De acuerdo a su naturaleza

- **Magnitudes escalares:** son aquellas magnitudes que para estar bien definidas basta conocer únicamente su valor numérico.
- **Magnitudes vectoriales:** son aquellas que para su definición se requiere aparte de su valor, una dirección.

SISTEMA DE UNIDADES

Es la agrupación ordenada de unidades de medida de las magnitudes físicas; hasta hace algunos años eran de uso frecuente los siguientes sistemas:

Sistemas absolutos. Estos sistemas se caracterizan por tomar como magnitudes fundamentales a la longitud, a la masa y al tiempo.

Sistema	L	M	T
M. K. S.	metro	kilogramo	segundo
C. G. S.	centímetro	gramo	segundo
F. P. S.	pie	libra	segundo

Sistemas técnicos o gravitatorios. Estos sistemas elegían como magnitudes fundamentales a la longitud, a la fuerza y al tiempo.

Sistema	L	M	T
Técnico métrico	metro	kgf	segundo
Técnico cegesimal	centímetro	grf	segundo
Técnico inglés	pie	lbf	segundo

En la actualidad se emplea un sistema más coherente, donde las magnitudes fundamentales son siete, en el cual cada magnitud física posee una adecuada unidad de medida.

Sistema Internacional de Unidades (SI). En este sistema las magnitudes fundamentales son:

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

Además existen dos magnitudes suplementarias:

Magnitud	Unidad	Símbolo
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

ECUACIÓN DIMENSIONAL

Es una igualdad que nos indica la dependencia de una magnitud cualquiera respecto de las que son fundamentales.

Para determinar la ecuación dimensional de una magnitud derivada siempre se parte de una fórmula que previamente ha sido hallada por otros medios.

El símbolo empleado para representar una ecuación dimensional son corchetes que encierran a una magnitud, así [trabajo], se lee ecuación dimensional del trabajo.

En general, las magnitudes fundamentales son A, B, C, D, ... la ecuación dimensional de una magnitud derivada x se expresará por:

$$\boxed{[x] = A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta}}$$

Donde α, β, γ, δ son números racionales.

Ejemplo:

Para determinar la ecuación dimensional de la velocidad se empleará la siguiente ecuación:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

y emplearemos que la ecuación dimensional de la distancia y el tiempo son L y T, respectivamente, así: $[V] = \frac{L}{T} \Rightarrow [V] = LT^{-1}$

Propiedades

1. Al operar con ecuaciones dimensionales, se pueden emplear todas las reglas algebraicas excepto las de suma y resta, en su lugar diremos que la suma y diferencia de magnitudes de la misma especie da como resultado otra magnitud de la misma especie.
   - $[AB] = [A][B]$
   - $\left[\frac{C}{D}\right] = \frac{[C]}{[D]}$
   - $[A^n] = [A]^n$
   - $L + L + L = L$
   - $T - T - T = T$
2. La ecuación dimensional de todo ángulo, función trigonométrica, logaritmo y en general toda cantidad adimensional es la unidad.
   - $[40 \text{ rad}] = 1$
   - $[\text{sen}60°] = 1$
   - $[45] = 1$
   - $[\log 2] = 1$
3. Las expresiones que son exponentes no tienen unidades.
4. Toda ecuación dimensional se escribe en forma de monomio entero; si es fraccionario, se hace entero con exponente negativo.
   - $\frac{LT}{M} = LTM^{-1}$
   - $\frac{L}{T^3} = LT^{-3}$

PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL

En toda ecuación dimensionalmente correcta, los términos que se están sumando o restando deben tener igual ecuación dimensional. Además la ecuación dimensional del primer miembro de la ecuación debe ser igual a la del segundo miembro.

Ejemplo:

Si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta: $(AX - B)^2 = 27Z\,\text{sen}15°$

se cumple:

- $[AX] = [B]$
- $[AX - B]^2 = [27Z\,\text{sen}15°]$

ALGUNAS ECUACIONES DIMENSIONALES EN EL SISTEMA INTERNACIONAL

[Longitud]	L
[Masa]	M
[Tiempo]	T
[Corriente]	I
[Área]	L^2
[Volumen]	L^3
[Velocidad]	LT^{-1}
[Aceleración]	LT^{-2}
[Período]	T
[Fuerza]	MLT^{-2}
[Trabajo-energía]	ML^2T^{-2}
[Potencia]	ML^2T^{-3}
[Presión]	$ML^{-1}T^{-2}$
[Densidad]	ML^{-3}
[Caudal]	L^3T^{-1}

UTILIDAD DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES

- Comprobar si una fórmula es dimensionalmente correcta.
- Establecer nuevas fórmulas.

- Determinar las unidades que le corresponden a cierta magnitud derivada.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si la ecuación mostrada es dimensionalmente correcta; indique las unidades de μ en el Sistema Internacional de Unidades (SI).

$$\frac{F}{A} = \mu\frac{V}{y}$$

F: fuerza; A: área

V: velocidad; y: longitud

Resolución:

Por el principio de homogeneidad dimensional:

$$\frac{[F]}{[A]} = [\mu]\frac{[V]}{[y]} \Rightarrow \frac{MLT^{-2}}{L^2} = [\mu]\frac{LT^{-1}}{L}$$

$$\Rightarrow [\mu] = ML^{-1}T^{-1} = \frac{M}{LT}$$

Luego, en el Sistema Internacional de Unidades (SI) las unidades serán: $\dfrac{kg}{m.s}$

2. De la siguiente ecuación dimensional correcta, determinar las dimensiones de m:

$y = bn + mn^2$

b: velocidad; y: longitud

Resolución:

Por el principio de homogeneidad dimensional:

- $[y] = [b][n]$
  $L = LT^{-1}[n] \Rightarrow [n] = T$
- $[y] = [m][n]^2 \Rightarrow L = [m]\,T^2$
  $\Rightarrow [m] = LT^{-2}$

$\therefore$ Las dimensiones de m son: LT^{-2}

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la siguiente fórmula física, encontrar las dimensiones de p: $p = \dfrac{C^2\tan(wt)}{AB\log\pi}$

A: aceleración; B: densidad; C: velocidad

a) $M^{-2}L^{-2}$ b) ML^{-4} c) $M^{-1}L^4$
d) M^2L^2 e) $M^{-1}L^3$

2. En la siguiente fórmula física, calcular las dimensiones de K: $T = \dfrac{1}{2}Kx^2$

T: energía; x: longitud

a) ML^2T b) MT^{-2} c) ML
d) MT^2L e) $M^{-1}L^{-2}$

3. En la siguiente fórmula física, calcular [C]:

$$D = AB + PC$$

D: calor; P: potencia

a) TL b) T c) T^3
d) T^2 e) T^{-1}

4. En la siguiente fórmula física, calcular [B]:

$$B = f\sqrt{A^2 - x^2}$$

f: frecuencia; x: distancia

a) LT b) LT^{-1} c) T^{-1}
d) L^2 e) $L^{-2}T^{-1}$

5. En la siguiente fórmula, calcular las dimensiones de B: $A^2 + n = \left(\dfrac{B}{V} + A\right)^2$

V: velocidad; n: constante numérica

a) L b) LT^{-2} c) LT
d) LT^{-1} e) T

6. En la siguiente expresión, calcular [x]:

$$\cot\left(\frac{2\pi x}{a}\right) = E$$

a: aceleración

a) LT b) L^2T c) LT^{-1}
d) LT^{-2} e) L

7. En la siguiente expresión, calcular [B]:

$$B\tan\theta = An.\log\left(\frac{an}{V}\right)$$

A: área; a: aceleración; V: velocidad

a) LT b) L^2T c) L^2T^{-1}
d) LT^2 e) L^3T^{-1}

8. En la siguiente fórmula física, calcular [CDE]:
y: distancia; t: tiempo

$$y = C\tan(2\pi Dt + E)$$

a) ML^2T^{-2} b) ML^2T c) ML^2T^{-3}
d) MLT^{-4} e) LT^{-1}

9. El periodo de un péndulo depende de la longitud del mismo y la aceleración de la gravedad, entonces su ecuación será: $T = 2\pi\, L^x g^y$
Calcular: xy

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{4}$ e) 2

10. En la siguiente fórmula física, calcular n:
$$Da = \cos\theta\ .\ V^n$$
D: diámetro; a: aceleración; V: velocidad

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11. En la siguiente fórmula física, calcular las dimensiones de [x]: $A = V(\theta + \pi^{EX})$
V: velocidad; E: empuje hidrostático

a) $M^{-1}L^2T^2$ b) $M^{-1}L^{-1}T^2$ c) $M^{-2}LT^{-2}$
d) $ML^{-2}T^2$ e) MLT^2

12. En la siguiene fórmula física, calcular $Z^{y/x}$:
$$F = A^xB^yC^z$$
F: fuerza; A: tiempo; B: densidad; C: velocidad.

a) 1 b) −1 c) 4
d) 2 e) 6

13. Un cuerpo cae libremente durante un tiempo T partiendo del reposo. Deducir mediante el análisis dimensional una ecuación para la velocidad (k: constante numérica).

a) kgT^2 b) kgT^3 c) kg^2T
d) kgT e) k

14. Si en vez de la masa (M), el trabajo (W) fuera considerado como magnitud fundamental, la ecuación dimensional de la densidad será:

a) $L^{-5}WT$ b) $L^{-3}WT^{-2}$ c) $L^{-5}WT^2$
d) LWT^2 e) $L^2W^{-1}T$

15. Se ha creado un nuevo sistema de unidades en el que se consideran las siguientes magnitudes fundamentales: aceleración (U); frecuencia (N) y potencia (I). Determinar la fórmula dimensional de la densidad en dicho sistema.

a) $U^{-5}NI^7$ b) $U^5N^{-7}I$ c) $U^7N^5I^{-2}$
d) $U^{-5}N^7I$ e) UN^5I^{-7}

16. En la siguiente fórmula física, calcular la ecuación dimensional de A: $\sqrt{A} = UNFV$
U: potencia; N: número; F: fuerza; V: velocidad

a) $M^2L^4T^{-6}$ b) $M^4L^2T^{-3}$ c) ML^8T^{-1}
d) $M^4L^8T^{-12}$ e) $M^3L^7T^{-12}$

17. En la siguiente fórmula física, calcular x.
$$a = \frac{k}{F}\left(\frac{A}{t}\right)^x$$
a: aceleración: k: peso específico; F: fuerza; A: área; T: tiempo

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

18. En la siguiente fórmula física, calcular [Q].
$$\sqrt{P - Q} = \frac{C}{H + B}$$
B: fuerza; C: aceleración

a) M b) M^{-1} c) M^{-2}
d) M^2 e) M^3

19. Se da la siguiente fórmula física:
$$V = \frac{3a}{t^3} + \frac{h - b}{c}$$
V: volumen; t: tiempo; h: altura

Determinar [E], si: $E = \dfrac{b}{ac}$

a) T^{-3} b) T^2 c) T^{-1}
d) M^2L^3 e) MT^{-3}

20. La intensidad de campo eléctrico (E) es la fuerza eléctrica (F) por unidad de carga (q). Calcule [E].

a) MLT^{-2} b) $LMT^{-3}I^{-1}$ c) $LMT^{-2}I^{-2}$
d) $LMTI^{-1}$ e) $LMT^{3}I$

21. En la siguiente fórmula física, hallar [B].

$$P = \frac{Ax^2 + Bx + C}{AT^2 + BT + C}$$

A: velocidad; T: tiempo

a) L b) L^{-1} c) T d) T^{-1} e) LT

22. En la siguiente fórmula física, calcular x + y + z.

$$E^2A = \text{sen}\alpha\,(B^{x+y})(C)(D^{z})$$

A: fuerza; B: masa; C: longitud; D: densidad; E: tiempo

a) 2 b) 1 c) 4 c) 3 e) −2

CLAVES

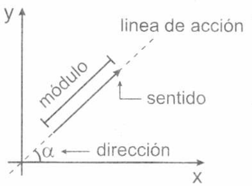
1. c	6. d	11. b	16. d	21. a
2. b	7. b	12. d	17. b	22. b
3. b	8. e	13. d	18. c	
4. b	9. c	14. c	19. a	
5. d	10. b	15. d	20. b	

ANÁLISIS VECTORIAL

VECTOR

Es un ente matemático que gráficamente se representa por un segmento de recta orientado.

- La física utiliza los vectores para representar las magnitudes vectoriales.



- En general un vector se representa de la siguiente forma:

$\boxed{\vec{A} = A\vec{\mu}}$ A: módulo del vector $\vec{A}$
$\vec{\mu}$: vector unitario de $\vec{A}$

Si: $\vec{\mu} = (\cos\alpha;\ \text{sen}\alpha)$

$\Rightarrow\ \vec{A} = A\,(\cos\alpha;\ \text{sen}\alpha)$

Donde: α es la dirección del vector $\vec{A}$

OPERACIONES VECTORIALES

1. **Suma de vectores o composición vectorial.** Es una operación que tiene por finalidad hallar un único vector denominado vector resultante $(\vec{R})$, el cual es igual a la suma de todos los vectores.

   Ejemplos:
   - Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ vectores $\Rightarrow \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$
   - Sean $\vec{A}$; $\vec{B}$ y $\vec{C}$ vectores $\Rightarrow \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

2. **Resta de vectores.** Es una operación que tiene por finalidad hallar un vector denominado vector diferencia $(\vec{D})$, el cual es igual a la resta de vectores.

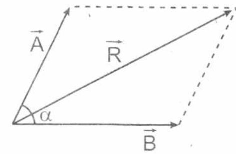
   Ejemplo:
   - Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ vectores $\Rightarrow \vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

MÉTODOS PARA CALCULAR LA RESULTANTE

I. MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores concurrentes y coplanarios que tienen un mismo punto de origen.

Gráficamente se construye un paralelogramo trazando paralelas a los vectores. El vector resultante se traza uniendo el origen de los vectores con la intercepción de las paralelas.



Vector resultante: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

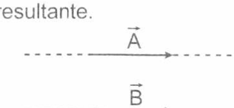
Módulo de $\vec{R}$:

$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}}$$

Casos particulares:

A. Si $\alpha = 0°$ $(\vec{A}\,//\,\vec{B})$

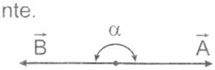
$\Rightarrow$ Se obtiene el máximo valor del módulo de la resultante.



$$\boxed{R = A + B = R_{máx}}$$

B. Si $\alpha = 180°$ $(\vec{A}\downarrow\uparrow\vec{B})$

$\Rightarrow$ Se obtiene el menor valor posible de la resultante.



$$\boxed{R = A - B = R_{mín}}$$

Observación:

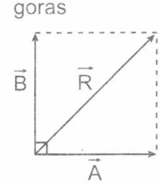
$$R_{mín} \leq R \leq R_{máx}$$

Si $\vec{A}$ forma un cierto ángulo con $\vec{B}$; entonces:

$$R_{mín} < R < R_{máx}$$

C. Si $\alpha = 90°$ $(\vec{A} \perp \vec{B})$

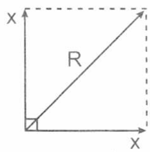
$\Rightarrow$ Se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras



$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2}}$$

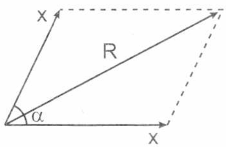
Propiedad:

Cuando los dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son iguales en módulo.



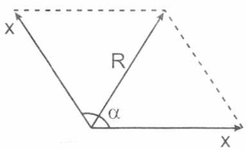
$\boxed{R = x\sqrt{2}}$

D. Si: $\alpha = 60°$



$\boxed{R = x\sqrt{3}}$

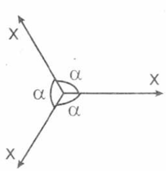
E. Si: $\alpha = 120°$



$\boxed{R = x}$

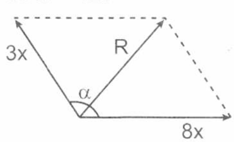
Observación:

- Si: $\alpha = 120°$



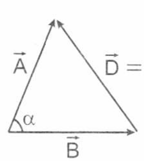
$\boxed{R = 0}$

- Si: $\alpha = 120°$



$\boxed{R = 7x}$

Nota:



$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$\boxed{D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\alpha}}$

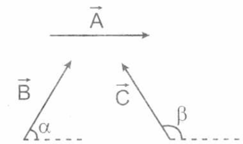
II. MÉTODO DEL POLÍGONO

Se utiliza para calcular la resultante de un conjunto de vectores concurrentes y coplanarios.

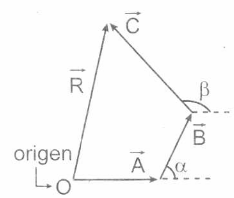
Es un método gráfico que utiliza escalas apropiadas y consiste en trazar los vectores uno a continuación del otro manteniendo sus características. El vector resultante $(\vec{R})$ se traza uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector.

Ejemplo:

Sean $\vec{A}$; $\vec{B}$ y $\vec{C}$, vectores.



Construiremos el polígono vectorial:

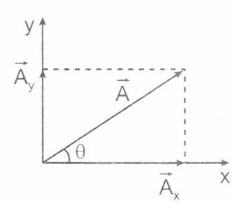


Nota:

Se llama polígono vectorial cerrado cuando los vectores son consecutivos, produciendo un vector resultante nulo.

III. MÉTODO DE LAS COMPONENTES RECTANGULARES

Los domponentes rectangulares de un vector son aquellos vectores que resultan de proyectar un vector sobre dos (o tres) ejes perpendiculares entre sí:



$\vec{A}_x$; $\vec{A}_y$: componentes rectangulares del vector $\vec{A}$

Se cumple que:

$\boxed{A_x = A\cos\theta}$ $\boxed{A_y = A\text{sen}\theta}$

El método de las componentes rectangulares permite calcular el módulo y la dirección de la resultante de un conjunto de vectores. Pasos a seguir:

1.° Se halla las componentes rectangulares.

2.° Se calcula la resultante en cada uno de los ejes coordenados (R_x; R_y).

3.° Se calcula el módulo de la resultante aplicando Pitágoras y su dirección aplicando la función tangente.

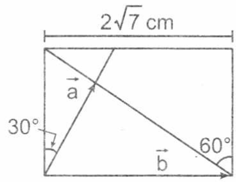
$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$ $\boxed{\tan\theta = \dfrac{R_y}{R_x}}$

Observaciones:

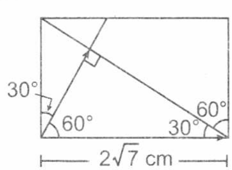
- Si la dirección de $\vec{R}$ es 0° $\Rightarrow \vec{R}_y = \vec{0}$
- Si la dirección de $\vec{R}$ es 90° $\Rightarrow \vec{R}_x = \vec{0}$
- Si la $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_x = \vec{R}_y = \vec{0}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determinar el módulo del vector resultante de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.



Resolución:



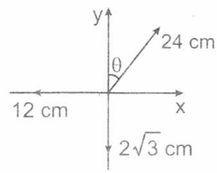
De la figura: $b = 2\sqrt{7}$ y $a = \sqrt{7}$

Entonces: $R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 60°$

$R^2 = 7 + 28 + 28\left(\dfrac{1}{2}\right) = 49$

$\therefore$ R = 7 cm

2. Si la resultante de los vectores mostrados, está ubicada en el eje y; hallar el valor del ángulo θ.



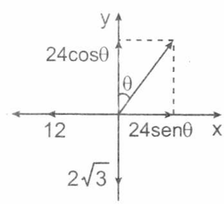
Resolución:

Como: $R_x = 0$

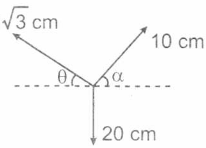
$\Rightarrow 24\text{sen}\theta = 12$

$\text{sen}\theta = \dfrac{12}{24} = \dfrac{1}{2}$

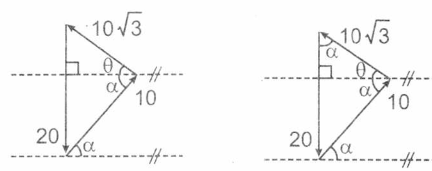
$\therefore \theta = 30°$



3. Si la resultante de los tres vectores que se indican es nula; hallar el valor de θ.



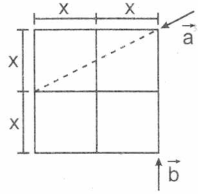
Resolución:



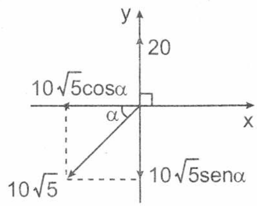
Por el método del polígono se observa que el triángulo es rectángulo: $20^2 = 10^2 + (10\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow \theta = 60°$

4. Indique el módulo del vector resultante de los dos vectores mostrados: ($a = 10\sqrt{5}$ cm; $b = 20$ cm).



Resolución:
Descomponiendo rectangularmente:



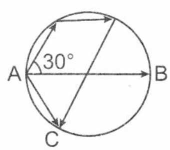
Del dato: $\mathrm{sen}\alpha = \dfrac{x}{x\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow R_x = 10\sqrt{5} \times \dfrac{2}{\sqrt{5}} = 20 \text{ cm}$

$\Rightarrow R_y = 20 - 10\sqrt{5} \times \dfrac{1}{\sqrt{5}} = 10 \text{ cm}$

$\therefore\ R = 10\sqrt{5} \text{ cm}$

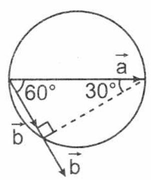
5. Determine el módulo del vector resultante de los vectores mostrados, si se sabe que: AB = 2AC = 20 cm, es el diámetro de la circunferencia:



Resolución:

Sean $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ y $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$

Por el método del polígono se tiene un triángulo inscrito en una circunferencia que es notable, ya que a = 2b; entonces:



$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 60°$

$R^2 = 400 + 400 + 800 \times 1/2 = 1200$

$\therefore\ R = 20\sqrt{3}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se da el vector $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$. Calcular el módulo del vector $\frac{2}{15}|3\vec{A}|$.

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

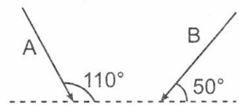
2. Se dan los siguientes vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$. Calcular $|2\vec{A} + 3\vec{B} + \vec{C}|$.

   $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$; $\vec{B} = 2\hat{i} + 7\hat{j}$; $\vec{C} = 2\hat{i} - 13\hat{j}$

   a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

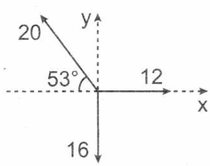
3. Si A = 5 y B = 3; calcular el módulo de la resultante.

   a) 4
   b) 5
   c) 6
   d) 7
   e) 8



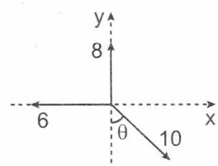
4. En el sistema vectorial mostrado, hallar el módulo del vector resultante.

   a) 2
   b) 4
   c) 6
   d) 8
   e) 0



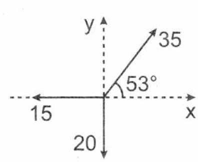
5. Calcular la medida del ángulo θ, si el módulo del vector resultante es igual a cero.

   a) 30°
   b) 37°
   c) 45°
   d) 53°
   e) 60°



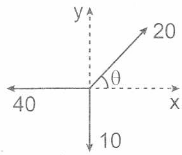
6. En el sistema vectorial, hallar el módulo del vector resultante.

   a) 6
   b) 8
   c) 10
   d) 2
   e) 12



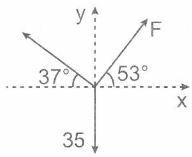
7. En el sistema vectorial mostrado, calcular la medida del ángulo θ, tal que, el vector resultante se encuentre en el eje x.

a) 0°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 37°



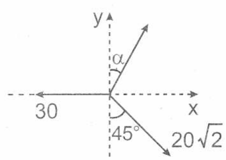
8. Sabiendo que el vector resultante se encuentra en el eje vertical. Calcule el módulo del vector resultante.

a) 5
b) 10
c) 15
d) 20
e) 25



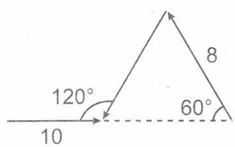
9. En la figura mostrada, si la resultante del conjunto de vectores es vertical. Calcular la medida del ángulo α.

a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°



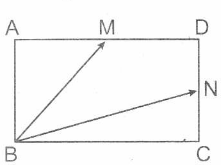
10. En el siguiente sistema de vectores, calcular el módulo de la resultante.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 8



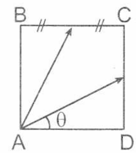
11. Hallar el módulo del vector resultante, la figura es un rectángulo, $\overline{AB} = 6$; $\overline{BC} = 8$ y M y N son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$.

a) 10
b) 13
c) 20
d) 30
e) 15



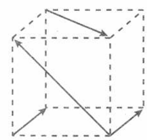
12. La figura muestra un cuadrado ABCD de 4 unidades de lado, donde M es el punto medio del segmento BC. Determinar el valor del ángulo θ, tal que el módulo de la resultante sea $\sqrt{221}$ unidades.

a) 37°
b) 53°
c) 30°
d) 60°
e) 45°



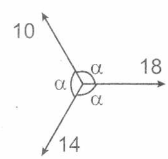
13. Calcular el módulo del vector resultante, si la figura mostrada es un cubo de arista **a**.

a) a
b) 2a
c) 3a
d) 4a
e) 0



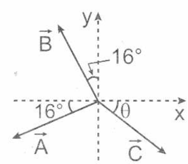
14. En el siguiente sistema de vectores, calcular el módulo de la resultante, los vectores están en el mismo plano.

a) $2\sqrt{3}$
b) $4\sqrt{3}$
c) $6\sqrt{3}$
d) $8\sqrt{3}$
e) $0\sqrt{3}$



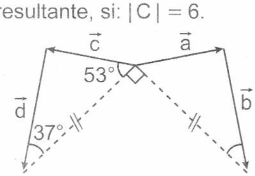
15. Si los módulos de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ son 80; 90 y 100, respectivamente, y la dirección del vector resultante coincide con la del vector B. Hallar el módulo de la resultante.

a) 60
b) 90
c) 20
d) 30
e) 25



16. En el sistema vectorial mostrado, calcular el módulo de la resultante, si: $|\vec{C}| = 6$.

a) 15
b) 10
c) $10\sqrt{2}$
d) $15\sqrt{2}$
e) 5

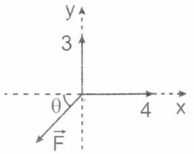


17. La máxima resultante de dos vectores es 28 y su mínima resultante es 4. Calcular el módulo de la resultante cuando formen un ángulo de 90°.

a) 20 b) 22 c) 24 d) 26 e) 28

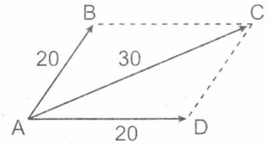
18. En el sistema vectorial mostrado, la resultante es nula. Calcular la medida del ángulo θ y el módulo del vector F.

a) 37°; 5
b) 53°; 15
c) 60°; 5
d) 30°; 10
e) 37°; 10



19. La figura mostrada es un paralelogramo ABCD. Calcular el módulo de la resultante de los vectores mostrados.

a) 20
b) 30
c) 40
d) 50
e) 60



20. Hallar el ángulo que forman dos vectores, si la resultante tiene igual módulo que uno de ellos y además es perpendicular a él.

a) 135° b) 120° c) 60°
d) 90° e) 45°

CLAVES

1. b	5. b	9. a	13. a	17. a
2. d	6. c	10. b	14. b	18. a
3. d	7. b	11. e	15. d	19. e
4. e	8. c	12. a	16. c	20. a

CINEMÁTICA

Parte de la mecánica de sólidos que se encarga de estudiar el movimiento mecánico de los cuerpos, teniendo como punto de partida ciertas condiciones iniciales y leyes del movimiento que se consideran ya conocidas.

MOVIMIENTO MECÁNICO

El movimiento mecánico es el cambio de posición que experimenta un cuerpo respecto de otro denominado "cuerpo de referencia".

Si al cuerpo de referencia ligamos un sistema de coordenadas espaciales y un reloj, tenemos el llamado "sistema de referencia" (SR).

ELEMENTOS

Móvil. Es el cuerpo que describe el movimiento mecánico.

Trayectoria. Es el lugar geométrico que describe el móvil respecto del sistema de referencia, cuando realiza el movimiento mecánico.

Distancia recorrida (d). Medida de la longitud de la trayectoria entre dos puntos de la misma.

Desplazamiento ($\vec{d}$). Es un vector que nos indica el cambio de posición efectivo que experimenta el móvil.

Velocidad ($\vec{v}$). Magnitud física vectorial que mide la rapidez del cambio de posición que experimenta un móvil.

Velocidad media ($\vec{v}_m$). Se define como:

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_0}{\Delta t}}$$

$\vec{r}_f$: posición final
$\vec{r}_0$: posición inicial
Δt : $t_f - t_0$
$\vec{v}_m \,//\, \vec{d}$

Aceleración ($\vec{a}$). Magnitud física vectorial que expresa la rapidez con que la velocidad cambia en cada instante del tiempo.

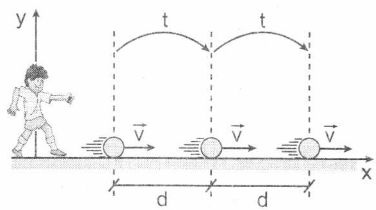
Aceleración media ($\vec{a}_m$). Nos expresa el cambio de velocidad por cada intervalo de tiempo.

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$$

$\Delta\vec{v}$: cambio de velocidad
Δt : intervalo del tiempo
$\vec{v}_f$: velocidad final
$\vec{v}_0$: velocidad inicial

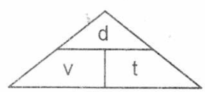
MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

El MRU consiste en que el móvil describe una trayectoria rectilínea, avanzando distancias recorridas iguales en intervalos de tiempo iguales.



Características

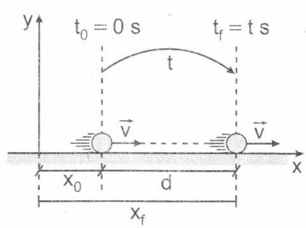
- La velocidad instantánea es constante.
- $\vec{v}_m = \vec{v}_{inst.}$



- $\boxed{v = \frac{d}{t}}$ t : tiempo transcurrido

Unidades: [d]: m; [t]: s; [v]: m/s

Ecuación del movimiento

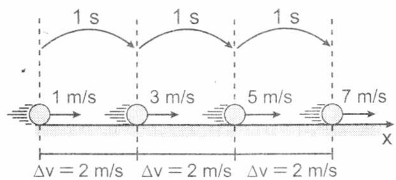


$$\boxed{\vec{x}_f = \vec{x}_0 + \vec{v}t}$$

$\vec{x}_f$: posición final
$\vec{x}_0$: posición inicial
$\vec{v}$: velocidad
t : instante del tiempo

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Es aquel movimiento donde el móvil describe una recta y además en intervalos de tiempo iguales los cambios de velocidad son iguales y las distancias recorridas son diferentes.



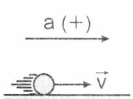
Características

- $\vec{a} = \vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \text{cte.}$
- En módulo: $\boxed{a = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}}$
- Unidad: [a]: m/s^2

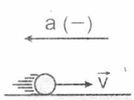
Leyes del movimiento

$v_f = v_0 \pm at$	Si falta d
$v_f^2 = v_0^2 \pm 2ad$	Si falta t
$d = v_0 t \pm \dfrac{1}{2}at^2$	Si falta v_f
$d = \left(\dfrac{v_o + v_f}{2}\right)t$	Si falta a

Observaciones:



MRUV (acelerado)

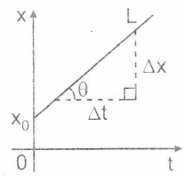


MRUV (desacelerado)

GRÁFICA POSICIÓN (x) - TIEMPO (t)

En la gráfica x - t, la posición (x) puede aumentar, disminuir; permanecer constante al transcurrir el tiempo; en estas gráficas siempre se emplean las pendientes de los segmentos rectos.

Dada la gráfica x - t, tendremos que:



La pendiente (m) del segmento L será:

$$\boxed{m = \tan\theta} \qquad \boxed{m = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

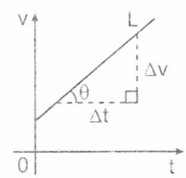
En cualquier gráfica x - t la pendiente de los segmentos rectos representan la velocidad del móvil:

$$\boxed{v = \tan\theta}$$

GRÁFICA VELOCIDAD (v) - TIEMPO (t)

En la gráfica v - t, la velocidad puede aumentar, disminuir o permanecer constante mientras que el móvil se traslada siguiendo una trayectoria recta.

Dada la gráfica v - t, tendremos que:



La pendiente (m) del segmento L será:

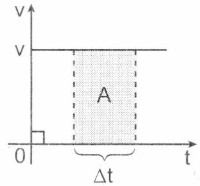
$$\boxed{m = \tan\theta} \qquad \boxed{m = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

$$\boxed{\text{Aceleración (a)} = \tan\alpha}$$

En cualquier gráfica v - t, la pendiente de los segmentos rectos representan la aceleración del móvil:

$$\boxed{a = \tan\theta}$$

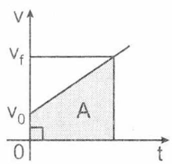
Área (A) en una gráfica v - t. Demostremos que si la velocidad del móvil es constante, el área A del rectángulo que se forma debajo de la gráfica equivale a la distancia (d) que recorre el móvil.



El área del rectángulo es: $A = v\Delta t$

Como: que $v\Delta t$ es una distancia (d), luego: $A = d$

Demostremos ahora que si la velocidad del móvil varía, el área A del trapecio que se forma debajo de la gráfica equivale a la distancia (d) que recorre el móvil.



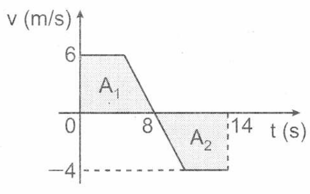
Calculamos el área del trapecio: $A = \dfrac{(v_f + v_0)}{2} \cdot t$

Del MRUV sabemos que: $\dfrac{(v_f + v_0)}{2} t = d$

Luego: $A = d$

Observación:
En cualquier gráfica v - t el área (A) debajo de la gráfica representa la distancia (d) que recorre el móvil: $d = A$

Cálculo de la distancia recorrida (d) y el desplazamiento ($\vec{d}$) en una gráfica (v - t). Cuando en la gráfica v - t el móvil presenta velocidades negativas, se formarán áreas debajo del eje del tiempo (t) como podemos ver en el siguiente ejemplo:



Observaciones:

- De 0 s a 8 s la velocidad es positiva.
- De 8 s a 14 s la velocidad es negativa.
- El área A_1 está sobre el eje del tiempo.
- El área A_2 está debajo del eje del tiempo.

Para calcular la distancia total recorrida (d) de 0 s hasta 14 s sumaremos las áreas.

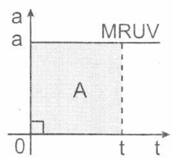
$$\boxed{d = |A_1| + |A_2|}$$

Para calcular el desplazamiento total ($\vec{d}$) desde 0 s hasta 14 s restamos las áreas que están debajo del eje del tiempo.

$$\boxed{\vec{d} = |A_1| - |A_2|}$$

GRÁFICA ACELERACIÓN (a) - TIEMPO (t)

Una aceleración constante en una gráfica a - t se representa mediante una recta horizontal, el área (A) debajo de esta expresa la variación de la velocidad que experimenta el móvil.



El área del rectángulo es: $A = at$ ... (1)

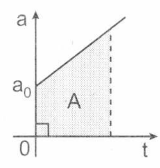
Como: $v_f = v_0 + at$

$\Rightarrow at = v_f - v_0$ ... (2)

Reemplazando (2) en (1):

$$\boxed{A = v_f - v_0}$$

Cuando la aceleración es variable es fácil demostrar que el área (A) debajo de la gráfica también resulta ser un cambio de velocidad.



A = cambio de velocidad

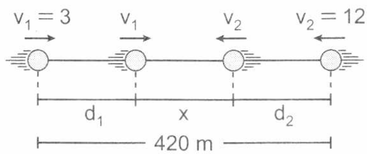
$$\boxed{A = v_f - v_0}$$

Observación:
En cualquier gráfica a - t el área (A) debajo de la gráfica representa un cambio o variación de velocidad: $A = v_f - v_0$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Dos móviles están separados por una distancia de 420 m. Si parten al encuentro con velocidades constantes de 3 m/s y 12 m/s, respectivamente, ¿después de qué tiempo están separados por una distancia que es la media geométrica de los espacios recorridos por los móviles?

Resolución:



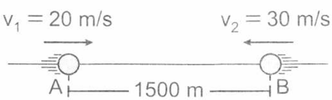
Del dato: $x = \sqrt{d_1 d_2}$

Del gráfico: $d_1 + \sqrt{d_1 d_2} + d_2 = 420$

Pero: $d = vt \Rightarrow 3t + \sqrt{36t^2} + 12t = 420$

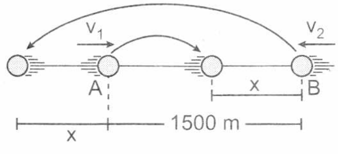
$\Rightarrow t = \dfrac{420}{21} \Rightarrow t = 20 \text{ s}$

2. Los móviles mostrados se mueven con velocidades constantes. ¿Después de qué tiempo A dista de B, lo mismo que B dista de A?



Resolución:

Como B se mueve más rápido que A se tiene:



De la figura: $d_1 = 1500 - x \wedge d_2 = 1500 + x$

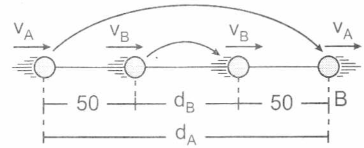
Sumando: $d_1 + d_2 = 3000$

Pero: $d = vt \Rightarrow 20t + 30t = 3000$

$\Rightarrow t = \dfrac{3000}{50} \Rightarrow t = 60 \text{ s}$

3. Un móvil A que se desplaza con una velocidad de 30 m/s se encuentra detrás de un móvil B a una distancia de 50 m. Si la velocidad de B es 20 m/s, ¿después de qué tiempo A estará 50 m delante de B?

Resolución:

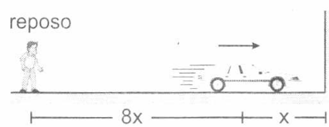


De la figura: $d_A = 50 + d_B + 50$

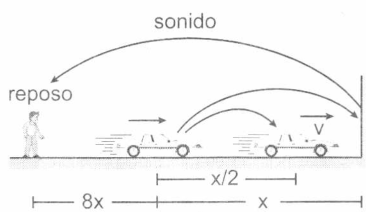
Pero: $d = vt \Rightarrow 30t = 100 + 20t$

$\Rightarrow 10t = 100 \quad \Rightarrow t = 10 \text{ s}$

4. En el instante mostrado, desde el automóvil se toca el claxon y la persona escucha el eco. Cuando el automóvil se encuentra en la mitad de su camino, ¿qué velocidad tiene el automóvil? ($v_{sonido} = 340$ m/s)



Resolución:



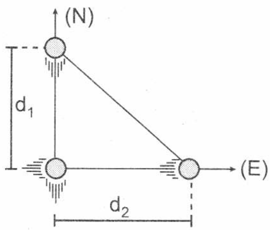
$d_{auto} = v_{auto}t \Rightarrow \dfrac{x}{2} = vt \Rightarrow x = 2\,vt \qquad \ldots(1)$

$d_{sonido} = v_{sonido}t \Rightarrow 10\,x = 340t \qquad \ldots(2)$

(1) en (2): $2vt = 34t \Rightarrow v = 17 \dfrac{m}{s}$

5. Dos móviles parten simultáneamente desde un mismo punto, uno hacia el este a 4 m/s y el otro a 3 m/s hacia el norte. ¿Qué distancia los separa al cabo de 5 s?

Resolución:



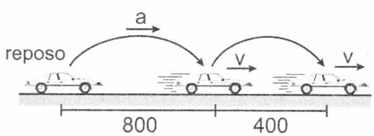
Del dato: $d_1 = v_1t = 3(5) = 15 \wedge d_2 = v_2t = 4(5) = 20$

De la figura: $x^2 = (e_1)^2 + (e_2)^2$

$\Rightarrow x^2 = 15^2 + 20^2 \Rightarrow x = 25$ m

6. Un auto que parte del reposo y se mueve con MRUV, acelera a 4 m/s^2 y debe recorrer 1200 m para llegar a su destino; sin embargo, cuando le faltan 400 m deja de acelerar y mantiene constante su velocidad hasta llegar a su destino. ¿Qué tiempo empleó el auto para llegar a su destino?

Resolución:



$$d_1 = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow 800 = \frac{4t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

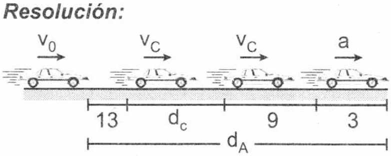
$v_f = v_0 + at \Rightarrow V = 0 + 4 \times 20 \Rightarrow v = 80$ m/s

$d_2 = vt_2 \Rightarrow 400 = 80t_2 \Rightarrow t_2 = 5$ s

$\Rightarrow t_{total} = 20 + 5 \Rightarrow 25$ s

7. Un auto viaja con una velocidad de 36 km/h y divisa a 13 m delante de él a un camión que viaja con una velocidad constante de 10 m/s, en la misma dirección y sentido que el auto. Si el auto para adelantar al camión acelera a 2 m/s^2, indique el tiempo que necesita para lograrlo, la longitud del auto y del camión son de 3 m y 9 m, respectivamente.

Resolución:



De la figura: $d_A = 13 + d_C + 12$

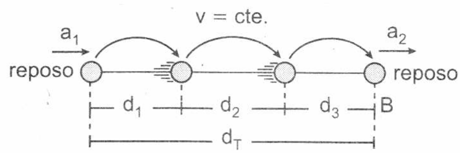
Pero: $d_A = v_0t + \dfrac{at^2}{2} \wedge d_C = v_Ct$

$\Rightarrow 10t + \dfrac{2t^2}{2} = 13 + 10t + 12$

$\Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5$ s

8. Un automóvil parte del reposo y acelera a razón de 8 m/s^2 durante 12 s; en los 25 s siguientes corre con velocidad constante y luego desacelera a 16 m/s^2 hasta que se detiene. ¿Qué distancia total ha recorrido?

Resolución:



$$d_1 = \frac{at^2}{2} = \frac{8 \times 12^2}{2} = 576 \text{ m}$$

$v = at = 8 \times 12 = 96$ m/s

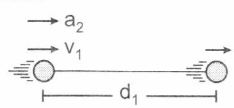
$d_2 = vt = 96 \times 25 = 2400$ m

Finalmente: $0 = 96^2 - 2 \times 16 \times d_3$

$\Rightarrow d_3 = 288$ m

9. Dos móviles parten simultáneamente desde un mismo lugar, en la misma dirección y sentido; uno lo hace con velocidad constante de 20 m/s y el otro parte del reposo acelerando. ¿Qué aceleración debe tener este para alcanzar al primero en 10 s?

Resolución:

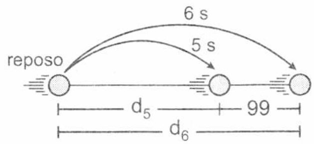


$$d_1 = d_2 \Rightarrow v_1 \times t = \frac{a_2t^2}{2} \Rightarrow 20 \times t = \frac{a_2 \times t^2}{2}$$

$$20 \times 10 = \frac{a_2 \times 10^2}{2} \Rightarrow a_2 = 4 \text{ m/s}^2$$

10. Un auto parte del reposo con aceleración constante y se mueve en trayectoria rectilínea; si logra recorrer 99 m en el sexto segundo, calcular la distancia recorrida (a partir del inicio de su movimiento), por el auto, cuando su velocidad es de 72 m/s.

Resolución:



$$d_6 = a \times \frac{6^2}{2} = \frac{36\,a}{2} \qquad \ldots(1)$$

$$d_5 = \frac{a \times 5^2}{2} = \frac{25\,a}{2} \qquad \ldots(2)$$

$$(1) - (2):\ d_6 - d_5 = \frac{36\,a}{2} - \frac{25\,a}{2} = 99$$

$\Rightarrow a = 18\ m/s^2$

Luego: $v_f^2 = v_0^2 + 2ad$

$\Rightarrow 72^2 = 0 + 2 \times 18 \times d \Rightarrow d = 144\ m$

EJERCICIOS PROPUESTOS 1

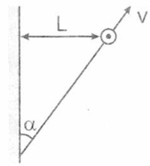
1. Un tren después de 2 h de marcha se detiene 15 min y vuelve a ponerse en marcha con una rapidez igual 3/4 de la rapidez anterior llegando a su destino con un atraso de 33 min. Si la detención hubiera tenido lugar 7 km más adelante, el atraso hubiera sido de 31 min. ¿Qué distancia recorrió el tren?

   a) 1000 km b) 183 km c) 203 km
   d) 253 km e) 187 km

2. Un tren se mueve con rapidez uniforme de 50 km/h, mientras que un carro que viaja por una carretera paralela a la vía férrea hace lo propio a 80 km/h. Ambas rapideces son respecto a un puesto ferroviario y en sentidos opuestos.Hallar la rapidez del auto, respecto a un pasajero ubicado en el tren cuando se cruzan (en km/h).

   a) 30 b) 80 c) 65
   d) 130 e) 50

3. Un automóvil se aleja con una rapidez v de una pared larga bajo cierto ángulo α respecto a ella. Cuando la distancia hasta la pared era L, el automóvil dio una señal sonora corta. ¿Qué distancia recorrerá el automóvil hasta el momento en que el chofer oiga el eco? La rapidez del sonido en el aire es c.

   a) $x = 2L\left(\frac{v}{c}\right)^3$

   b) $x = \frac{2Lv^2}{c^2}$

   c) $x = 2Lv\frac{v\cos\alpha + \sqrt{c^2 - v^2\cos^2\alpha}}{c^2 - v^2}$

   d) $x = 2Lv\frac{v + \sqrt{c^2 - v^2\operatorname{sen}^2\alpha}}{c^2 - v^2}$

   e) $x = 2Lv\frac{v\operatorname{sen}\alpha + \sqrt{c^2 - v^2\cos^2\alpha}}{c^2 - v^2}$

4. En los vértices de un triángulo equilátero de lado **a**, se encuentran tres puntos. Ellos empiezan a moverse simultáneamente con una velocidad v constante en módulo, con la particularidad de que el primer punto mantiene invariablemente su curso hacia el segundo; el segundo, hacia el tercero y el tercero hacia el primero. ¿Pasado qué tiempo los puntos se encontrarían?

   a) a/v b) 2a/v c) 2a/5v
   d) 2a/3v e) 3a/5v

5. Dos coches ubicados a 100 m de un obstáculo parten simultáneamente con rapideces de 2 y 3 m/s. ¿Después de qué tiempo los móviles equidistan del obstáculo?

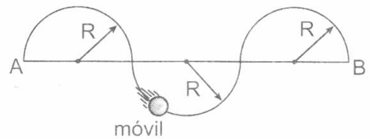
   a) 10 s b) 20 s c) 25 s
   d) 40 s e) 50 s

6. Con rapidez constante v, un ciclista recorre una pista cuadrada. Encuentre el módulo de la velocidad media, cada vez que el ciclista recorre dos lados consecutivos.

   a) $v\sqrt{2}$ b) $\frac{v}{2}\sqrt{2}$ c) $v\sqrt{3}$

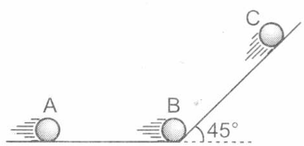
   d) $\frac{v}{3}\sqrt{3}$ e) v

7. La figura muestra la trayectoria de un móvil que va de A hasta B, con rapidez constante v. Si R es el radio de curvatura, hallar el módulo de su velocidad media.



a) v b) v/π c) 2 v/π
d) v/3 e) 3 v/π

8. La partícula mostrada para ir de A hacia C demora 5 s. ¿Cuál es el módulo de su velocidad media? (AB = 5 m y BC = $15\sqrt{2}$ m)



a) 4 m/s b) 5 m/s c) 6 m/s
d) 7 m/s e) 8 m/s

9. Una partícula se mueve con MRU en el plano xy. Si la rapidez del móvil es 3 m/s; determinar la distancia mínima del móvil al origen de coordenadas, sabiendo que su vector posición describe un área de 6 m^2 en cada segundo.

a) 1 m b) 2 m c) 3 m
d) 4 m e) 5 m

10. Una persona de 1,7 m de estatura va corriendo con una rapidez constante de 3 m/s y pasa junto a un pose de 3,2 m. Hallar la rapidez del extremo de su sombra proyectada en el piso (en m/s).

a) 3,2 b) 3,6 c) 4,8
d) 6,4 e) 7,2

11. Un hombre va a pie de A hacia B, sale al mediodía y viaja a 70 m/min. En cierto punto, sube a un camión que viaja a 150 m/min y que salió de A a las 12:20 p. m. El hombre llega a B 20 min antes que si hubiera continuado andado. ¿Cuál es la distancia entre A y B?

a) 2625 m b) 1125 m c) 5250 m
d) 2135 m e) 1325 m

12. De Lima a Huacho hay aproximadamente 130 km; de Lima a Barranca, 180 km. Un auto parte de Lima con rapidez constante a las 8 de la mañana y llega a Barranca a las 12 del mediodía. ¿A qué hora habrá pasado por Huacho?

a) 10 h 37 min 40 s b) 11 h 25 min 45 s
c) 9 h 45 min 32 s d) 10 h 53 min 20 s
e) 11 h 53 min 34 s

13. Dos partículas se mueven con velocidades constantes de módulos 4 m/s y 2 m/s en direcciones perpendiculares, tal que la segunda pasa por el punto de cruce de las trayectorias 2 segundos antes que la primera. Determine la distancia entre ambas partículas después de 3 segundos que la primea partícula pasó por el punto de cruce.

a) 13,4 m b) 8,9 m c) 22,0 m
d) 22,4 m e) 15,6 m

14. La distancia entre una ciudad y una fábrica es 30 km, un hombre comienza a viajar de la ciudad a la fábrica a las 6:30 a. m. y un ciclista va de la fábrica a la ciudad de donde sale a las 6:40 a. m., viajando a una rapidez de 18 km/h. El hombre encuentra al ciclista después de recorrer 6 km. ¿Con qué rapidez se desplazó el hombre?

a) 2 km/h b) 3 km/h c) 4 km/h
d) 5 km/h e) 6 km/h

15. Dos tanques se acercan el uno al otro con rapideces de 30 m/s y 20 m/s. Si inicialmente están separados 200 m y luego de 2 s disparan, simultáneamente y en forma horizontal, proyectiles a 100 m/s. Determinar a qué distancia, del primer tanque, se produce la explosión de ambos proyectiles al chocar desde el reposo, en el disparo.

a) 15 m b) 20 m c) 35 m
d) 40 m e) 52 m

16. Una persona sale todos los días a la misma hora de su casa y llega a su trabajo a las 9:00 a. m. Un día se traslada al doble de la velocidad acostumbrada y llega a su trabajo a las 8:00 a. m. ¿A qué hora sale siempre de su casa?

a) 6:00 a. m. b) 6:30 a. m.
c) 2:00 a. m. d) 7:00 a. m.
e) 5:30 a. m.

17. Una persona sale de su casa y llega a su trabajo en 30 minutos de camino a una velocidad constante. Un día que salió normalmente de su casa, en mitad de su trayecto, se detiene por un tren en un intervalo de tiempo de 20 minutos. Luego reanuda su movimiento duplicando su velocidad hasta llegar a su destino. ¿Cuánto tiempo llega retrasado a su centro de trabajo?

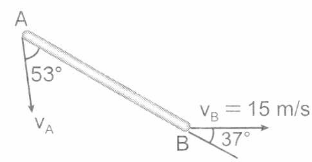
a) 7,5 min   b) 10 min
c) 12,5 min   d) 15 min
e) 20 min

18. Dos autos separados cierta distancia salen simultáneamente con rapideces constantes de 30 m/s y 20 m/s en la misma dirección para luego encontrarse en el punto A. Si el segundo auto demorase 2 s en salir, el encuentro de los autos sería Y metros antes de A. Halle Y, en metros.

a) 150   b) 100   c) 120
d) 80   e) 50

19. Se muestra una barra rígida lanzada al aire y las direcciones de la velocidad de sus extremos en un determinado instante. Hallar la magnitud de la velocidad del extremo A.

a) 16 m/s
b) 12 m/s
c) 25 m/s
d) 20 m/s
e) 15 m/s



CLAVES

1. c	5. d	9. d	13. e	17. c
2. d	6. b	10. d	14. c	18. c
3. d	7. c	11. c	15. e	19. d
4. d	8. b	12. d	16. d	

EJERCICIOS PROPUESTOS 2

1. Dos móviles A y B se encuentran en una misma recta inicialmente separados 1000 m. Se mueven en una misma dirección con rapideces de 20 y 30 m/s, respectivamente. ¿Después de qué tiempo el móvil B, que estaba retrasado, adelanta al móvil A en 500 m?

a) 50 s   b) 60 s   c) 90 s
d) 120 s   e) 150 s

2. Dos móviles parten al encuentro desde los puntos A y B distantes 152 m con rapideces de 6 m/s y 8 m/s, respectivamente; pero el móvil que partió de B lo hace 2 s después que el otro. ¿Al cabo de qué tiempo de haber partido el primero se encontrarán los móviles?

a) 10,8 s   b) 10 s   c) 11 s
d) 12 s   e) 76 s

3. Una persona ubicada entre 2 montañas emite un grito y recibe el primer eco a los 3 segundos y el siguiente a los 3,6 segundos. ¿Cuál es la separación entre las montañas?
(Rapidez del sonido en el aire igual a 340 m/s)

a) 262 m   b) 648 m   c) 972 m
d) 1122 m   e) 1536 m

4. Un portaviones avanza hacia el Sur a una velocidad constante de 60 km/h respecto a tierra. En un instante dado (t = 0) despegan de su cubierta 2 aviones de reconocimiento, uno que va hacia el Norte y otro que va hacia el Sur, ambos con una velocidad de 600 km/h con respecto a tierra y en la misma dirección del movimiento del portaviones. Cada uno se aleja 200 km respecto al portaviones y regresa a él. Hallar la relación entre los tiempos empleados en esos recorridos (t_n para el que fue al Norte y t_s para el que fue hacia el Sur).

a) $t_n = 2t_s$ b) $t_s = 2t_n$ c) $t_n = t_s$
d) $t_n = 3t_s$ e) $t_s = 3t_n$

5. Una columna de soldados que se extiende 2 km se mueve por la carretera a razón de 8 km/h. El capitán que se halla en la retaguardia envía un motociclista con una orden a la cabeza de la columna. Después de 20 minutos el motociclista regresa. Determine la rapidez del motociclista considerando que avanzó, en ambas direcciones, con la misma rapidez.

a) 16 km/h   b) 12 km/h   c) 10 km/h
d) 8 km/h   e) 6 km/h

6. Una persona A golpea un riel de acero, y otra persona B oye el sonido transmitido por los rieles 5 segundos antes que el propagado por el aire. Si el riel no presenta ninguna curva, ¿a qué distancia se encuentra B de A?
($v_{\text{sonido en el aire}} = 350$ m/s)
($v_{\text{sonido en el acero}} = 700$ m/s)

a) 4000 m b) 3500 m c) 3000 m
d) 2500 m e) 2000 m

7. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x está dada en función del tiempo por $x = -3t + 4t^2$. Hallar la rapidez, en m/s, en el instante t = 2 s.

a) $-3\hat{i}$ b) $13\hat{i}$ c) $10\hat{i}$
d) $-13\hat{i}$ e) $3\hat{i}$

8. Un móvil tiene un movimiento rectilíneo representado por la ecuación: $x = 4t^2 + 4t + 1$ (x en metros y t en segundos). Hallar la posición x del móvil (en m) cuando su rapidez es 8 m/s.

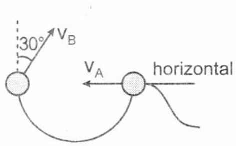
a) 0 b) 4 c) 3
d) 6 e) 9

9. Dos móviles A y B se están moviendo en sentidos opuestos con rapideces constantes v_A y v_B. En t = 0 se encuentran separados 120 m. Si los móviles se cruzan después de 10 s, calcular después de qué tiempo a partir del encuentro estarán separados 60 m.

a) 5 s b) 10 s c) 15 s
d) 20 s e) 25 s

10. Si el módulo de la velocidad de la partícula permanece constante, y es igual a 2 m/s. Hallar la aceleración media para ir de A hasta B, si demora 1 s.

a) $\left(\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j}\right)$ m/s^2
b) $\left(\vec{i} - \vec{j}\right)$ m/s^2
c) $\left(\vec{i} + \vec{j}\right)$ m/s^2
d) $\left(3\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j}\right)$ m/s^2
e) $\left(-\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j}\right)$ m/s^2

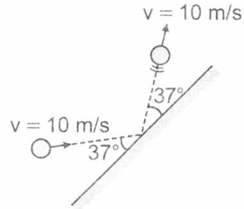


11. Los vectores velocidad instantánea en los instantes t_1 y t_2 son $v_1 = (2i + 3j)$ m/s y $v_2 = (6i + 9j)$ m/s. Si la aceleración media en este intervalo de tiempo Δt es $(2i + 3j)$ m/s^2 determine $\Delta t = (t_2 - t_1)$ en segundos.

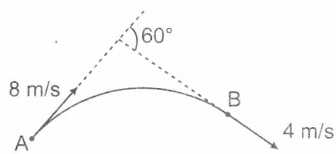
a) 0,5 b) 1,5 c) 2,0
d) 2,5 e) 3,0

12. Hallar el módulo de la aceleración media si el tiempo de contacto entre la pelotita y la pared fue 3 s.

a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 6 m/s^2

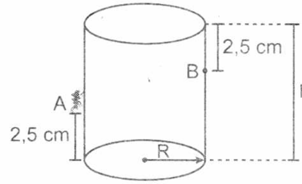


13. En el diagrama, para que el móvil vaya de A hacia B emplea 2 s, observándose que, en A, su rapidez es de 8 m/s y, que en B, es de 4 m/s. ¿Qué magnitud tendrá la aceleración media del móvil en este trayecto?



a) $2\sqrt{3}$ m/s^2 b) 4 m/s^2 c) 10 m/s^2
d) $6\sqrt{3}$ m/s^2 e) 5 m/s^2

14. Se tiene un vaso cilíndrico de $7{,}5/\pi$ cm de radio y 10 cm de altura. En el punto A y por la superficie externa del vaso, se encuentra una hormiga la cual se mueve con rapidez constante de 6,25 cm/s. Determine el tiempo mínimo para llegar hacia la gota de miel adherida en la superficie interna del vaso y en el punto B.



a) 1 s b) 1,2 s c) 2 s
d) 3,5 s e) 3 s

15. Una lancha, navegando río abajo, deja atrás una balsa en el punto A. Transcurridos t = 60 min

la lancha da la vuelta y vuelve a encontrar la balsa a L = 6,0 km más abajo del punto A. Halle la rapidez de la corriente, en ambas direcciones, si a lo largo del trayecto de la lancha el motor trabajó por igual.

a) 1 km/h b) 2 km/h c) 3 km/h
d) 4 km/h e) 5 km/h

16. Dos trenes cuyas longitudes son 120 m y 90 m viajan por vías paralelas en direcciones contrarias con rapideces de 72 km/h y 54 km/h, respectivamente. ¿Cuánto tiempo emplearán en cruzarse totalmente?

a) 3 s b) 4 c) 5 d) 6 s e) 8 s

17. Dos relojes están separados 1360 m, pero uno de ellos está adelantado 3 s. ¿A qué distancia del reloj adelantado se oirá a los dos relojes dar la hora simultáneamente? (rapidez del sonido en el aire es 340 m/s).

a) 1020 m b) 240 m c) 170 m
d) 1190 m e) 3782 m

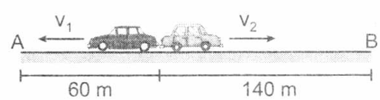
18. Determinar la magnitud de la velocidad de una partícula que se desplaza en el eje x con la siguiente ecuación: $x = t^3 + t^2$ para t = 2 s.

a) 12 m/s b) 14 m/s c) 13 m/s
d) 16 m/s e) 20 m/s

19. Dos móviles se desplazan en trayectorias rectas y paralelas que están separadas 12 m, con rapideces constantes de 2 m/s y 3 m/s acercándose mutuamente. Si en cierto instante la separación de los móviles es de 13 m; ¿qué distancia los separa luego de 6 s de pasar por la posición indicada?

a) 25,0 m b) 27,7 m c) 25,5 m
d) 13,0 m e) 20,0 m

20. Dos móviles parten simultáneamente y se mueven con rapidez constante de $v_1 = 3$ m/s y $v_2 = 2$ m/s. Una vez que han llegado a su destino retornan. ¿A qué distancia del punto de partida se cruzaron?



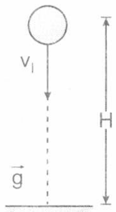
a) 20 m b) 30 m c) 100 m
d) 60 m e) 80 m

CLAVES

1. e	5. a	9. a	13. a	17. d
2. d	6. b	10. d	14. c	18. d
3. d	7. b	11. c	15. c	19. b
4. c	8. b	12. d	16. d	20. d

MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE (MVCL)

Es aquel tipo de movimiento uniformemente acelerado, cuya trayectoria es una línea recta vertical y que se debe a la presencia de la gravedad pero no del peso del cuerpo, ya que no considera la resistencia del aire. Este tipo de movimiento se refiere cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba, o simplemente es soltado. Este tipo de movimiento es independiente del peso del cuerpo.

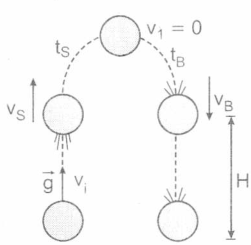


CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE

- No se considera la resistencia del aire, o sea el medio es vacío.
- El movimiento de caída libre plantea la misma aceleración para todos los cuerpos cualquiera sea su masa, a esta aceleración se le llama aceleración de la gravedad normal, cuyo valor es:

$$\boxed{g = 9{,}8\ m/s^2 = 980\ cm/s^2 = 32{,}2\ pies/s^2}$$

- Si un cuerpo es disparado verticalmente hacia arriba, desde una determinada altura, se cumple que la intensidad de la velocidad de subida (v_S) es igual a la intensidad de la velocidad de bajada (v_B), y que el tiempo empleado para subir (t_s) y bajar (t_B) un mismo tramo o altura, son iguales.

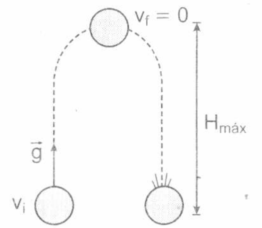


$$\boxed{t_S = t_B}$$
$$\boxed{v_S = v_B}$$

$$\boxed{t_S = \frac{v_f}{g}}$$

- Todos los cuerpos que se dejan caer simultáneamente con la misma velocidad inicial desde una altura, utilizan el mismo tiempo para llegar al suelo.

- Un cuerpo que es lanzado verticalmente hacia arriba alcanza su altura máxima cuando su velocidad final en el punto más alto es igual a cero.



$$\boxed{\text{Si: } H_{máx} \Rightarrow v_f = 0}$$

$$\boxed{H_{máx} = \frac{v_i^2}{2g}}$$

- **Signo de g:** toma el signo positivo cuando cae y toma el signo negativo cuando sube.

Observaciones:

- La gravedad no es la misma para todos los lugares de la Tierra, depende de la altura sobre el nivel del mar y de la latitud.

  En los polos: $g \cong 9{,}83\ m/s^2$ (máxima)

  En el ecuador: $g \cong 9{,}78\ m/s^2$ (mínima)

- No solo la Tierra atrae a los cuerpos, también el Sol, la Luna y todo astro. Se entiende por gravedad a la región de espacio que rodea a un astro gracias al cual atrae a los cuerpos (campo gravitatorio) y la aceleración de la gravedad es la rapidez con que es atraído un cuerpo.

$$\boxed{g_{Luna} = \frac{g_{Tierra}}{6}} \qquad \boxed{g_{Sol} = 28\ g_{Tierra}}$$

- La aceleración de la gravedad g depende de la masa y el radio terrestre, asimismo de la corteza terrestre de la Tierra (sial y sima) o sea:

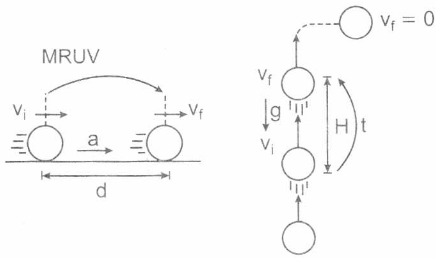
$$\boxed{g = G\frac{M_T}{R_T^2}}$$

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ (constante de gravitación universal)

$M_T = 5{,}9 \times 10^{24}$ kg (masa de la Tierra)

$R_T = 6400$ km (radio de la Tierra)

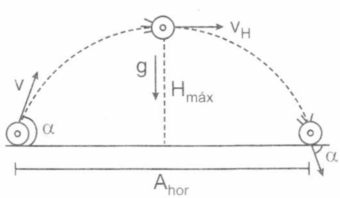
- Como las características en sus movimientos tanto en el MVCL y en el MRUV son equivalentes, las ecuaciones o fórmulas y los gráficos también lo son.



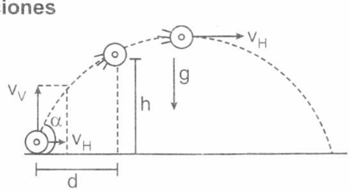
MRUV	MVCL
$v_f = v_i \pm at$	$v_f = v_i \pm gt$
$v_f^2 = v_i^2 \pm 2ad$	$v_f^2 = v_i^2 \pm 2gH$
$d = v_it \pm \frac{1}{2}at^2$	$H = v_it \pm \frac{1}{2}gt^2$
$d = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right)t$	$H = \left(\frac{v_i + v_f}{2}\right)t$

MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE (MPCL)

Es el movimiento que tiene por trayectoria una parábola, el movimiento es efectuado por los proyectiles sin resistencia del aire y solo bajo la acción de la gravedad. Este movimiento resulta de la composición de un MRU horizontal y una caída libre vertical.



Ecuaciones



$d = v_H\,t$ (MRU)
$h = v_it \pm \frac{1}{2}gt^2$ (caída libre)
$v_f = v_i \pm gt$ (caída libre)
$v_f^2 = v_i^2 \pm 2gh$ (caída libre)
$\frac{h}{t} = \frac{v_i + v_f}{2}$ (caída libre)

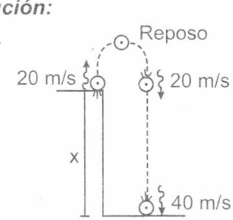
- $v_H = v\cos\alpha$; $v_V = v\operatorname{sen}\alpha$
  v_H: componente horizontal de v
  v_V: componente vertical de v
- v_i y v_f: componentes verticales inicial y final, respectivamente.
  (+): descenso acelerado
  (−): ascenso retardado
- El movimiento parabólico de los proyectiles es un movimiento compuesto por un MRU (horizontal) y una caída libre (vertical).
- d: desplazamiento horizontal
- h: desplazamiento vertical

• $H_{máx} = \frac{v^2\operatorname{sen}^2\alpha}{2g}$ (altura máxima)
• $A_{hor} = \frac{2v^2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{g}$ (alcance horizontal)
• $t_V = \frac{2v\operatorname{sen}\alpha}{g}$ (tiempo de vuelo)

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Desde la parte superior de un edificio se impulsa verticalmente hacia arriba un cuerpo a 20 m/s y cuando impacta en el piso, lo hace a 40 m/s ¿Qué altura tiene el edificio? ($g = 10\ m/s^2$)

Resolución:



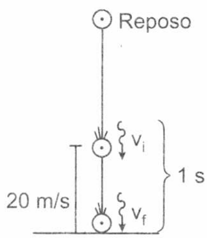
Analizando solo el descenso:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gH \Rightarrow 40^2 = 20^2 + 2(10)x$$

$$x = \frac{1600 - 400}{20} \quad \therefore\ x = 60\ \text{m}$$

2. Un cuerpo se deja en libertad desde una cierta altura y se sabe que en el último segundo de su caída recorre 20 m, ¿Qué velocidad tiene al impactar en el piso? ($g = 10\ \text{m/s}^2$)

Resolución:



En el último segundo:

$$v_f = v_i + gt$$

$$\Rightarrow\ v_f = v_i + 10 \quad \ldots (1)$$

$$\frac{H}{t} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

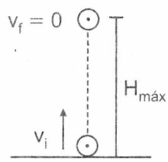
$$\Rightarrow\ \frac{20}{1} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

$$v_i + v_f = 40 \quad \ldots (2)$$

De (1) y (2): $v_f = 25\ \text{m/s}$

3. Dos esferitas se lanzan verticalmente hacia arriba con velocidades de 19,6 m/s y 9,8 m/s; respectivamente. Calcular la diferencia entre las alturas máximas alcanzadas, por las esferitas.

Resolución:



$$v_f^2 = v_i^2 - 2gH_{máx}$$

$$H_{máx} = \frac{v_i^2}{2g}$$

Para la primera: $H_{máx(1)} = \dfrac{19{,}6^2}{2 \times 9{,}8} = 19{,}6\ \text{m}$

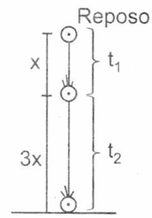
Para la segunda: $H_{máx(2)} = \dfrac{9{,}8^2}{2 \times 9{,}8} = 4{,}9\ \text{m}$

$$\therefore\ H_{máx(1)} - H_{máx(2)} = 14{,}70\ \text{m}$$

4. Para un cuerpo que cae libremente, encontrar la relación entre los tiempos que emplea en recorrer la primera cuarta parte y las tres cuartas partes restantes de su recorrido.

Resolución:

Sea la altura total:



$$h = 4x \Rightarrow x = \frac{h}{4} \Rightarrow 3x = \frac{3h}{4}$$

Para h/4: $H = \dfrac{gt^2}{2}$

$$\Rightarrow\ x = \frac{gt_1^2}{2} \quad \ldots (1)$$

Para h: $H = \dfrac{gt^2}{2}$

$$\Rightarrow\ 4x = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{2} \quad \ldots (2)$$

(1) en (2): $4\left(\dfrac{gt_1^2}{2}\right) = \dfrac{g(t_1 + t_2)^2}{2}$

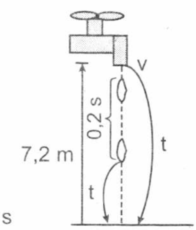
$$4t_1^2 = (t_1 + t_2)^2 \Rightarrow 2t_1 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = t_2$$

$$\therefore\ t_1 / t_2 = 1$$

5. De un caño cae una gota cada 0,1 s. Si cuando está por caer la tercera gota se abre la llave y sale un chorro de agua. ¿Con qué velocidad debe salir dicho chorro para que alcance a la primera gota, justo cuando llegue al piso? (El caño se encuentra a una altura de 7,2 m y $g = 10\ \text{m/s}^2$).

Resolución:

Para la primera gota:



$$H = \frac{gt^2}{2}$$

$$7{,}2 = \frac{10}{2}(0{,}2 + t)^2$$

$$\Rightarrow\ 1{,}44 = (0{,}2 + t)^2$$

$$\Rightarrow\ 1{,}2 = 0{,}2 + t \Rightarrow t = 1\ \text{s}$$

Para el chorro:

$$H = v_i t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow 7{,}2 = v \times 1 + \frac{10 \times 1}{2}$$

$$\therefore\ v = 2{,}2\ \text{m/s}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Indicar verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

   I. La aceleración de la gravedad en la Luna es menor que la aceleración de la gravedad en la Tierra.

II. La aceleración de la gravedad disminuye con la altura.
III. $g_{polos} > g_{ecuador}$
IV. Los satélites que orbitan alrededor de la Tierra se encuentran en caída libre.

a) VVVV b) FFVF c) FVFV
d) FFFF e) VFVF

2. Indicar verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:
I. Un cuerpo puede tener velocidad cero y aceleración diferente de cero.
II. Dos cuerpos de diferente peso soltados de una misma altura, en presencia de la resistencia del aire llegan al suelo al mismo tiempo.
III. A un mismo nivel horizontal la velocidad de subida es igual a la velocidad de bajada.
IV. Durante el descenso en caída libre la velocidad y la aceleración de la gravedad forman un ángulo de 0°.

a) VFFV b) FFVV c) VFVV
d) VVFV e) FFFF

3. Una pelota es lanzada con una velocidad de $10\hat{j}$ m/s. ¿Cuánto tiempo empleará hasta que su velocidad sea de $-30\hat{j}$ m/s? ($g = 10\hat{j}$ m/s^2).

a) 2 s b) 3 s c) 4 s
d) 5 s e) 6 s

4. Karlita lanza una piedra con una velocidad de $-10\hat{j}$ m/s. Hallar su velocidad al cabo de 5 segundos. ($g = 10$ m/s^2)

a) −50 m/s b) −60 m/s
c) −40 m/s d) −30 m/s
e) −10 m/s

5. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una rapidez de 40 m/s. Calcular el tiempo que demora en llegar al punto de lanzamiento y la altura máxima alcanzada. ($g = 10$ m/s^2)

a) 4 s; 45 m b) 6 s; 20 m
c) 7 s; 70 m d) 8 s; 80 m
e) 10 s; 160 m

6. Un cuerpo se abandona cerca de la superficie terrestre; luego de 3 segundos de haber sido soltado ¿qué rapidez posee y qué altura recorrió? ($g = 10$ m/s^2)

a) 10 m/s; 10 m b) 20 m/s; 20 m
c) 30 m/s; 45 m d) 40 m/s; 80 m
e) 60 m/s; 100 m

7. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con cierta rapidez v logrando alcanzar una altura de 125 m. Calcular v y el tiempo que demoró en llegar al punto de lanzamiento.

a) 10 m/s; 2 s b) 20 m/s; 3 s
c) 30 m/s; 5 s d) 40 m/s; 80 s
e) 50 m/s; 10 s

8. Una piedra se abandona desde lo alto de una torre, si luego de cuatro segundos de haber sido soltada se encuentra en la mitad de la torre. ¿Qué altura posee la torre? ($g = 10$ m/s^2)

a) 80 m b) 100 m c) 120 m
d) 160 m e) 200 m

9. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una rapidez de 30 m/s, encontrar a qué altura con respecto al punto de lanzamiento se encontrará al cabo de 4 s. ($g = 10$ m/s^2)

a) 10 m b) 20 m c) 30 m
d) 40 m e) 50 m

10. Desde lo alto de un edificio se suelta un cuerpo que tarda 4 s en llegar a Tierra. Determinar su velocidad en la mitad de su recorrido. ($g = 10$ m/s^2)

a) 40 m/s b) 20 m/s c) $20\sqrt{2}$ m/s
d) $30\sqrt{3}$ m/s e) $30\sqrt{2}$ m/s

11. Desde la azotea de un edificio de altura H se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una rapidez de 30 m/s; si el objeto emplea 8 s en llegar al piso, calcular la altura del edificio. ($g = 10$ m/s^2)

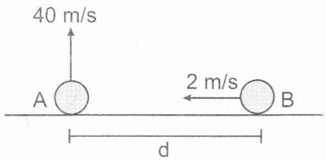
a) 40 m b) 80 m c) 60 m
d) 120 m e) 125 m

12. Un globo aerostático se eleva con una rapidez constante de 5 m/s. Cuando se encuentra a una altura de 360 m se deja caer una piedra respecto del globo. Hallar el tiempo que tarda la piedra en llegar a la tierra. ($g = 10$ m/s^2)

a) 6 s b) 9 s c) 12 s
d) 15 s e) 18 s

13. En la figura el móvil A es lanzado verticalmente hacia arriba con velocidad de 40 m/s. ¿A qué distancia del móvil A debe encontrarse otro móvil B para que al ir con rapidez constante de 2 m/s, choque con este justo antes de impactar en el suelo? (A y B parten al mismo tiempo y $g = 10\ m/s^2$)

a) 4 m
b) 8 m
c) 12 m
d) 16 m
e) 24 m

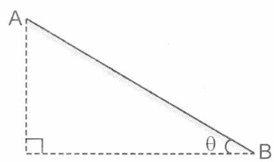


14. Desde la azotea de un edificio cae una moneda, una persona observa que tarda 9,2 s en pasar por delante de una ventana de 2,2 m de altura. Determine la distancia entre la azotea y el marco superior de la ventana. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 3 m b) 5 m c) 7 m
d) 9 m e) 11 m

15. Un bloque es soltado en el punto A ($v_A = 0$) y después de 10 s pasa por B con una rapidez de 80 m/s. Hallar θ si no existe rozamiento. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 30°
b) 60°
c) 37°
d) 53°
e) 45°



16. Desde el techo de una casa de 7 m de altura, un niño lanza una maceta verticalmente hacia abajo con una rapidez de 2 m/s. ¿Con qué velocidad llegará la maceta a tierra? ($g = 10\ m/s^2$)

a) $12\hat{j}$ m/s b) $-12\hat{j}$ m/s c) $8\hat{j}$ m/s
d) $-8\hat{j}$ m/s e) 0

17. Un objeto es soltado de cierta altura y recorre 25 m en el último segundo de su caída. Determine de qué altura fue soltado tal objeto. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 100 m b) 60 m c) 25 m
d) 35 m e) 45 m

18. Dos partículas A y B están ubicadas en la misma vertical (A sobre B) separadas 80 m; si A se suelta y B se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s, calcular el tiempo para el encuentro. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 16 s b) 20 s c) 10 s
d) 8 s e) 36 s

19. Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con 20 m/s, si luego se le lanza con una rapidez v, verticalmente hacia arriba, se observa que su altura máxima aumentó en 60 m. Hallar v. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 60 m/s b) 40 m/s c) 160 m/s
d) 80 m/s e) 30 m/s

20. Desde la azotea de un edificio se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una rapidez de 10 m/s llegando al piso 4 s después. Determine la altura del edificio.

a) 5 m b) 20 m c) 45 m
d) 40 m e) 80 m

CLAVES

1. a	5. d	9. d	13. d	17. e
2. a	6. c	10. c	14. b	18. a
3. c	7. e	11. b	15. d	19. b
4. b	8. d	12. b	16. b	20. d

ESTÁTICA

Es la parte de la mecánica que se encarga de estudiar a los cuerpos que se encuentran en equilibrio.

CONCEPTOS GENEALES

Equilibrio. Un cuerpo se encuentra en equilibrio cuando no tiene aceleración, por lo tanto, solo hay 2 posibilidades. Está en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante.

$$\text{Equilibrio: } a = 0 \quad \begin{cases} v = 0 \text{ (reposo)} \\ v = \text{cte. (MRU)} \end{cases}$$

Fuerza ($\vec{F}$). Cuando suspendemos un cuerpo, golpeamos un clavo, estiramos o comprimimos un resorte, empujamos un automóvil o limpiamos una ventana de vidrio, decimos que estamos interaccionando; la interacción es pues jalar o empujar los demás cuerpos, entonces, la fuerza es la medida de la interacción que se manifiesta entre dos cuerpos.

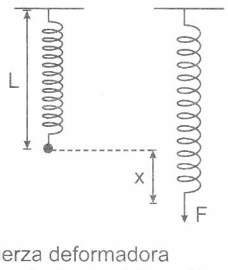
Cabe recalcar que esta interacción puede ser por contacto o a distancia.

Su unidad en el SI es el *newton* (N).

Medición estática de la fuerza. Consideremos el resorte en espiral de longitud (L) que se muestra en la figura, en el extremo de este resorte apliquemos una fuerza (F) vertical hacia abajo, observaremos un aumento (x) en la longitud directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Robert Hooke fue el primero que estableció esta relación mediante el invento de un resorte compensador para un reloj.

La ley de Hooke se escribe como:



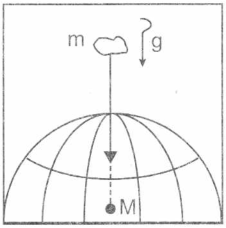
$$\boxed{F = kx}$$

F: fuerza deformadora
k: constante de rigidez (depende del tipo de material)
x: elongación
L: longitud natural (sin deformar)

NATURALEZA DE LAS FUERZAS

Todas las interacciones se agrupan en tres tipos de fuerzas:

1. **Fuerza gravitacional.** Es la fuerza de atracción entre dos cuerpos debido a sus respectivas masas, esta fuerza es muy débil, y para sentir su efecto es necesario que por lo menos uno de los cuerpos tenga una masa muy grande como la del Sol o de los planetas.



El peso de los cuerpos (W) es una fuerza gravitacional y se debe a que la masa de la Tierra (M) atrae la masa (m) de los cuerpos.

$$\boxed{W = mg}$$

W: peso del cuerpo
m: masa del cuerpo
g: aceleración de la gravedad

El peso es un vector que siempre apunta hacia el centro de la Tierra y puede variar de un lugar a otro ya que depende de la aceleración de la gravedad (g).

2. **Fuerza electromagnética.** Se descompone en:

   Fuerza eléctrica: es la fuerza de atracción o repulsión entre dos cuerpos debido a que ambos poseen cargas eléctricas.

   Fuerza magnética: es una fuerza adicional a la fuerza eléctrica cuando las cargas eléctricas están en movimiento.

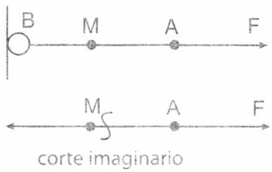
3. **Fuerzas nucleares.** Son fuerzas que aparecen cuando la distancia entre los cuerpos es menor que 10^{-15} m y desaparecen cuando esta distancia aumenta, luego son fuerzas de corto rango.

   Estas fuerzas explican por qué las partículas dentro del núcleo del átomo se mantienen unidas.

Todas las diferentes fuerzas que se manifiestan en la naturaleza son de origen gravitacional, electromagnético o nuclear.

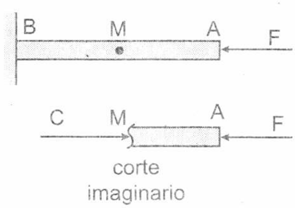
FUERZAS MÁS USADAS EN ESTÁTICA

1. **Tensión (T) en una cuerda.** Tomemos una cuerda fija en el punto B y jalemos desde el otro extremo A mediante una fuerza F.



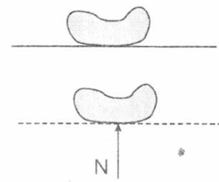
- Debido a la fuerza F las moléculas de la cuerda se separan.
- Para contrarrestar esta separación molecular aparece una fuerza de restitución, llamada tensión (T) la cual se opone a la fuerza exterior F.
- Separando imaginariamente la porción MA de la cuerda observamos que la tensión (T) se opone a la fuerza exterior F, ya que en el punto M las moléculas se separan.

2. **Compresión (C) en una barra.** Tomemos una barra apoyada en el punto B y en el otro extremo A apliquemos una fuerza F que comprime la barra.



- Debido a la fuerza F las moléculas de la barra se acercan.
- Para contrarrestar este acercamiento molecular aparece una fuerza de restitución, llamada compresión (C) la cual se opone a la fuerza exterior F.
- Separando imaginariamente una porción MA de la barra observamos que la fuerza de compresión (C) se opone a la fuerza exterior F, porque en el punto M las moléculas se acercan.

3. **Fuerza normal (N).** Consideremos un cuerpo sobre una superficie plana:



- Debido al contacto las moléculas inferiores del cuerpo se comprimen (acercan).
- En el contacto aparece una fuerza normal (N) para contrarrestar el acercamiento molecular.
- Separando imaginariamente el cuerpo de la superficie plana representamos la fuerza normal (N) la cual siempre ingresa al cuerpo en forma perpendicular al contacto.

Las fuerzas de tensión (T), compresión (C), normal (N) son moleculares y por tanto de naturaleza electromagnética.

LEYES DE NEWTON

1.ª **Ley (ley de la inercia).** La primera ley de Newton o ley de la inercia fue enunciada en el año 1787 y establece que: "Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento a velocidad constante mientras que sobre el cuerpo no actúe una fuerza resultante exterior que lo obligue a cambiar de velocidad".

La tendencia que tiene un cuerpo de mantener su estado de reposo o de movimiento a velocidad constante se llama **inercia**.

3.ª **Ley (ley de la acción y reacción).** Descubierta por Isaac Newton y publicada en el mismo año que la ley anterior, establece que: "Siempre que un objeto ejerce una fuerza (acción) sobre otro objeto, el segundo ejerce una fuerza igual (reacción) y opuesta sobre el primero".

La acción y la reacción actúan sobre objetos diferentes. La acción sobre uno de los cuerpos y la reacción sobre el otro cuerpo, por esto nunca se anulan.

PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

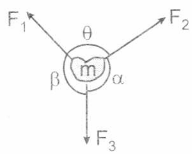
"Si un cuerpo se encuentra en equilibrio, entonces la fuerza resultante que actúa sobre él es igual a cero".

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = \vec{0}}$$

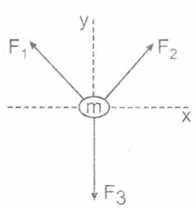
Si sobre un cuerpo en equilibrio (m) actúan tres fuerzas, estas deben ser concurrentes, coplanarias o paralelas.

Ejemplo:

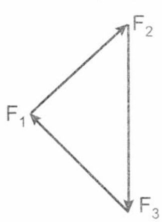
Para plantear la solución a este problema, podemos escoger cualesquiera de las tres formas que indicamos a continuación:



1. Por descomposición rectangular, trazando un sistema de coordenadas rectangulares.
   Se debe cumplir que:
   - $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \boxed{\Sigma F_{(\rightarrow)} = \Sigma F_{(\leftarrow)}}$
   - $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow \boxed{\Sigma F_{(\uparrow)} = \Sigma F_{(\downarrow)}}$



2. Mediante el triángulo de fuerzas, ya que si la resultante es cero, los vectores fuerza deben formar un polígono cerrado.



$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0}$$

3. Aplicando el teorema de Lamy:

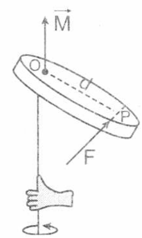
$$\boxed{\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\theta}}$$

DIAGRAMA DEL CUERPO LIBRE (DCL)

Consiste en aislar a un cuerpo y graficar sobre él, primero su peso y luego todas las fuerzas externas que actúan sobre él (tensiones, compresiones, reacciones, etc.).

SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

Momento de una fuerza ($\vec{M}$). Es una magnitud vectorial, donde su módulo indica el grado de giro que produce una fuerza a un cuerpo alrededor de un punto denominado: centro de momentos o centro de giro. La dirección del vector momento es perpendicular al plano formado por el centro de giro y la línea de acción de la fuerza y su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha.



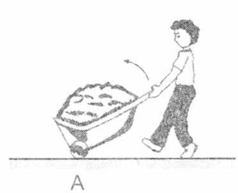
El momento producido por la fuerza F con respecto al punto O está dado por:

$$\boxed{M_O^F = Fd}$$

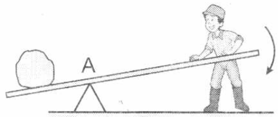
d = OP (brazo de palanca)
F: fuerza aplicada

Convención de signos

- Si el cuerpo gira o intenta girar en sentido horario (↻), debido a una fuerza F, se dice que el momento producido por dicha fuerza es negativo.
- Si el cuerpo o sistema gira o intenta girar en sentido antihorario (↺), debido a una fuerza F, se dice que el momento producido por dicha fuerza es positivo.

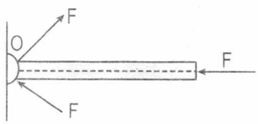


Alrededor de A: momento positivo



Alrededor de A: momento negativo

Caso particular: cuando una fuerza actúa directamente en el centro de momentos o su línea de acción pasa por dicho punto, el momento producido por la fuerza es cero.



$$\boxed{M_O^F = 0}$$

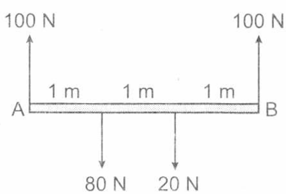
TEOREMA DE VARIGNON

"En un sistema de fuerzas, la suma de momentos producidos por cada una de ellas, es igual al momento producido por la fuerza resultante (FR) del sistema".

$$\boxed{\Sigma M_o^F = M_o^{FR}}$$

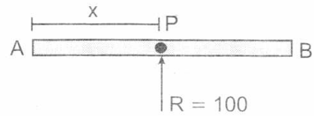
Ejemplo:

En el siguiente sistema de fuerzas paralelas, determina a qué distancia del extremo A actúa la fuerza resultante.



Resolución:

- Cálculo del módulo de la fuerza resultante (R):
  $R = +100 - 80 - 20 + 100 \Rightarrow R = +100$ N
- Cálculo del momento resultante o suma de momentos (ΣM_A):
  $\Sigma M_A^F = -(80)(1) - (20)(2) + (100)(3)$
  $\Rightarrow \Sigma M_A^F = +180$ Nm
- Aplicando el teorema de Varignon: $\Sigma M_A^F = M_A^{FR}$



$+180 = (R)(x) \Rightarrow +180 = (100)(x)$
$x = 1{,}8$ m
P: punto de aplicación de la fuerza resultante (R)

SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

"Si un cuerpo se encuentra en equilibrio, se cumple que la suma de momentos de las fuerzas que actúan sobre él, con respecto a un mismo punto, es igual a cero".

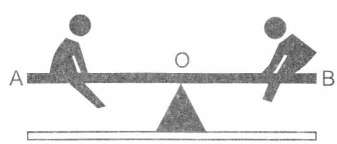
$$\boxed{\Sigma \overline{M}_O^F = 0}$$

Nota:

Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio es necesario que cumpla con las dos condiciones de equilibrio.

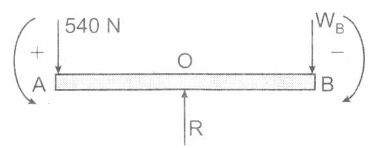
Ejemplo:

Determinar el peso que debe tener la persona sentada en el extremo derecho, para que el sistema pueda estar en equilibrio. Además la persona sentada en el extremo izquierdo pesa 540 N. (No considere el peso de la barra AB)
AO = 1,2 m; OB = 1,8 m



Resolución:

Grafiquemos el diagrama de cuerpo libre de AB:



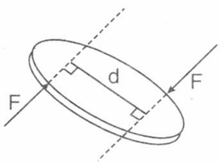
Aplicando la segunda condición de equilibrio con respecto al punto O: $\Sigma M_O^F = 0$

$\Sigma M_O^F = +(540\text{ N})(AO) - (W_B)(OB) = 0$

$(540\text{ N})(1{,}2\text{ m}) = W_B\,(1{,}8\text{ m}) \Rightarrow W_B = 360\text{ N}$

CUPLA O PAR DE FUERZAS

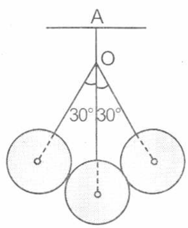
Es un sistema de dos fuerzas paralelas; iguales en módulo y dirigidas en sentido contrario, cuando una cupla actúa sobre un cuerpo trata de proporcionarle cierto movimiento giratorio.



$$\boxed{M_{cupla} = Fd}$$

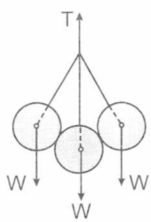
EJERCICIOS RESUELTOS

1. El sistema mostrado se encuentra en equilibrio; las 4 cuerdas son idénticas y las 2 esferas también. ¿Qué tensión soporta la cuerda AO? (Cada esfera pesa 20 N).



Resolución:

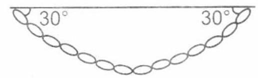
DCL del sistema completo:



$\Sigma F_{verticales} = 0$: $T = 3W$

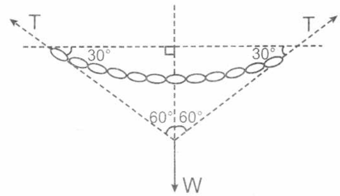
$\therefore\ T = 60\text{ N}$

2. La cadena mostrada es homogénea, pesa 20 N y se encuentra en equilibrio, ¿qué tensión soportan los aros ligados al techo y que sirven de apoyo?



Resolución:

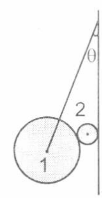
DCL de la cadena:



$\Sigma F_{verticales} = 0$: $2T\cos 60° = W$

$\therefore\ T = W = 20\text{ N}$

3. Si el sistema se encuentra en equilibrio y no existe rozamiento; hallar la tensión en la cuerda que sostiene a la esfera 1 y la reacción de la pared sobre 2; dar como respuesta la suma de ambas.



Resolución:

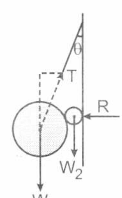
$\Sigma F_{horiz.} = 0$:

$T\,\text{sen}\theta = R$

$\Sigma F_{vert.} = 0$:

$T\cos\theta = W_1 + W_2$

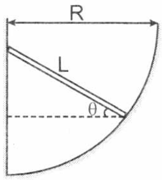
$\Rightarrow T = (W_1 + W_2)\sec\theta$



Además: $R = (W_1 + W_2)\left(\dfrac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}\right)$

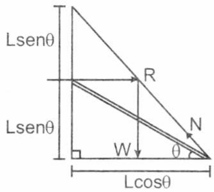
$\therefore\ R + T = (W_1 + W_2)\,(\sec\theta + \tan\theta)$

4. Una barra pesada y homogénea de 2 m de longitud se apoya en una pared vertical y una superficie cilíndrica de $\sqrt{7}$ m de radio; si no existe rozamiento, calcular el valor de "θ" para el equilibrio.



Resolución:

DCL de la barra pesada:



Del gráfico:

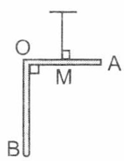
$(2L\text{sen}\theta)^2 + (L\cos\theta)^2 = R^2$

$4L^2\text{sen}^2\theta + L^2\cos^2\theta = R^2$

$\text{sen}^2\theta = \dfrac{R^2 - L^2}{3L^2} = \dfrac{7-4}{3\times 4} = \dfrac{1}{4}$

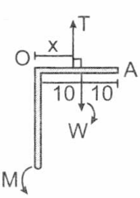
$\Rightarrow \text{sen}\theta = \dfrac{1}{2} \quad \therefore \theta = 30°$

5. Si la barra homogénea en forma de L que se muestra en la figura está en equilibrio y OB = OA = 20 cm. Hallar la longitud de OM.



Resolución:

DCL de la barra:

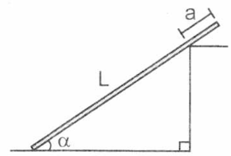


$\Sigma M_T^F = 0$: W(x) = W(10 − x)

x = 10 − x

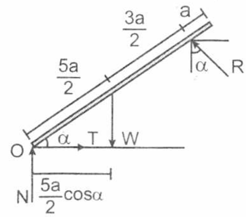
$\Rightarrow$ x = 5 cm

6. En la figura se muestra a una barra homogénea de peso W y longitud L; si no existe rozamiento se pide determinar la tensión en la cuerda horizontal (L = 5a).



Resolución:

DCL de la barra:



$\Sigma F_H = 0$: T = Rsenθ

$\Sigma M_0^F = 0$: $W \times \dfrac{5a}{2}\cos\alpha = R \times 4a$

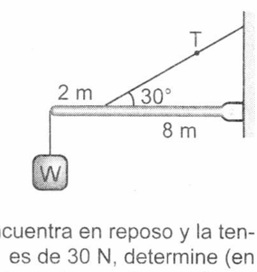
$\Rightarrow R = \dfrac{5W}{8}\cos\alpha$

$T = \dfrac{5W}{8}\text{sen}\alpha\cos\alpha \;\therefore\; T = \dfrac{5W}{16}\text{sen}2\alpha$

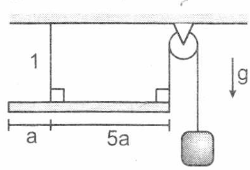
EJERCICIOS PROPUESTOS 1

1. Si la barra homogénea que pesa 120 N, permanece en equilibrio, calcular la tensión T (W = 200 N).

a) 450 N
b) 300 N
c) 250 N
d) 600 N
e) 650 N



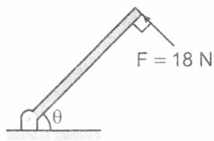
2. Si el sistema se encuentra en reposo y la tensión en la cuerda 1 es de 30 N, determine (en kg) la masa de la barra homogénea y la del bloque (g = 10 m/s²).



a) 2; 4 b) 8; 4 c) 6; 2
d) 3; 5 e) 5; 2

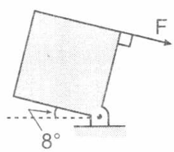
3. Determine el valor del ángulo θ para que la barra homogénea de 60 N se mantenga en la posición mostrada ($g = 10\ m/s^2$).

a) 30°
b) 37°
c) 45°
d) 53°
e) 60°



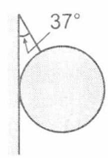
4. La placa cuadrada y homogénea de $\sqrt{2}$ kg se encuentra en reposo en la posición mostrada con ayuda de la fuerza F. Determine (en N) el valor de esta fuerza F ($g = 10\ m/s^2$).

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10



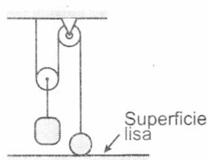
5. Determinar la reacción de la pared sobre la esfera de peso 80 N. No considere rozamiento.

a) 40 N
b) 50 N
c) 60 N
d) 80 N
e) 100 N

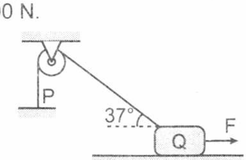


6. Calcular la fuerza de reacción normal. La esfera pesa 120 N y el bloque pesa 40 N. Las poleas son de peso despreciable.

a) 40 N
b) 60 N
c) 80 N
d) 100 N
e) 120 N



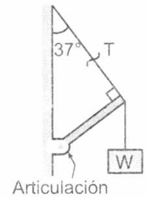
7. En el sistema en equilibrio, calcular la reacción del piso liso sobre el bloque Q = 500 N, si F = 100 N.



a) 300 N b) 400 N c) 425 N
d) 450 N e) 350 N

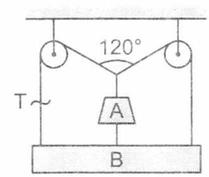
8. Calcular la tensión T de la cuerda y la fuerza de reacción de la articulación; la barra es ingrávida y se encuentra en equilibrio (W = 25 N).

a) 20 N; 15 N
b) 30 N; 15 N
c) 20 N; 20 N
d) 15 N; 10 N
e) 25 N; 15 N



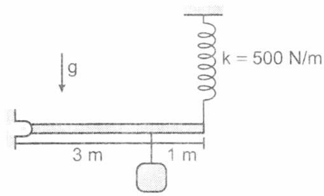
9. El sistema físico se encuentra en equilibrio. Calcular la tensión T, si se sabe que el peso de las poleas son despreciables y los bloques A y B pesan 2 N y 10 N, respectivamente.

a) 4 N
b) 8 N
c) 6 N
d) 5 N
e) 12 N



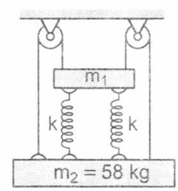
10. El sistema mostrado se encuentra en reposo. Determine la masa del bloque, sabiendo que el resorte ideal se encuentra estirado 5 cm y la barra homogénea es de 2 kg ($g = 10\ m/s^2$).

a) 0,5 kg
b) 1 kg
c) 1,5 kg
d) 2 kg
e) 2,5 kg

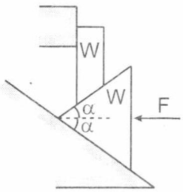


11. Si los resortes son idénticos y están comprimidos 4 cm, calcular la masa m_1 ($k = 120$ N/cm; $g = 10\ m/s^2$).

A) 150 kg
b) 200 kg
c) 240 kg
d) 250 kg
e) 300 kg

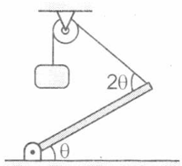


12. Calcular la fuerza F para que los cuerpos estén en reposo. No hay rozamiento.



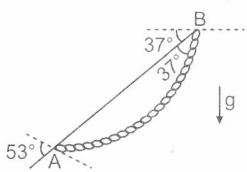
a) 3Wtanα b) 2Wtanα c) Wtanα
d) $\frac{1}{3}$Wtanα e) $\frac{2}{3}$Wtanα

13. Calcular la medida del ángulo θ para que la barra homogénea se encuentre en equilibrio. El peso de la barra es de 60 N mientras que el peso del bloque es de 30 N.



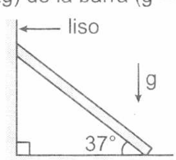
a) 45° b) 37° c) 60°
d) 30° e) 63,5°

14. Una cadena cuyo peso es 100 N, se suspende de los puntos A y B. Calcular la relación entre las reacciones de dichos puntos: R_A/R_B.



a) 5/13 b) 1/2 c) 3/4
d) 16/25 e) 7/24

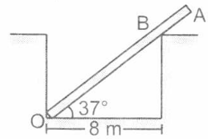
15. En la figura, la barra homogénea permanece en reposo. Si la fuerza de rozamiento entre la barra y el piso es igual a 40 N, determine la masa (en kg) de la barra ($g = 10\ m/s^2$).



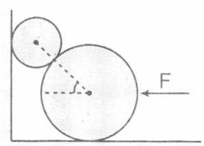
a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

16. La barra homogénea OA de 10 kg y 12 m de longitud, está apoyada en una ranura rectangular. Determine la reacción en B (en N). Considere superficies lisas ($g = 10\ m/s^2$).

a) 24
b) 52
c) 32
d) 48
e) 66



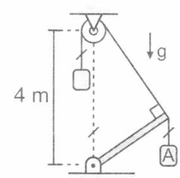
17. La esfera de menor radio pesa 5 N y la de mayor radio pesa 20 N. Si en el sistema no existe fricción, determinar la fuerza de reacción entre las dos esferas.



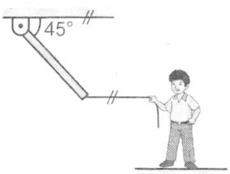
a) 2,5 N b) 5 N c) 10 N
d) $5\sqrt{2}$ N e) $2{,}5\sqrt{2}$ N

18. En la figura, una varilla de masa despreciable se mantiene en la posición mostrada, su longitud es de 1 m y el bloque A es de 20 N. Determine el módulo de la fuerza de compresión que experimenta dicha varilla.

a) 4 N
b) 5 N
c) 7,5 N
d) 6 N
e) 4,5 N

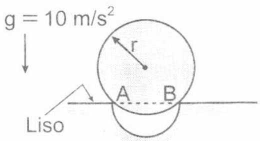


19. En la figura, el joven jala el cable horizontalmente con una fuerza de 60 N. Si la barra homogénea se encuentra en reposo, determine la masa (en kg) de dicha barra ($g = 10\ m/s^2$).



a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

20. La esfera mostrada de radio 1 m y masa 3 kg se encuentra apoyada en un hoyo semicilíndrico de radio igual a 80 cm. Calcular la reacción en los puntos de contacto A y B.



a) $R_A = R_B = 30$ N
b) $R_A = R_B = 25$ N
c) $R_A = 15$; $R_B = 10$ N
d) $R_A = R_B = 20$ N
e) $R_A = 10$ N; $R_B = 15$ N

CLAVES

1. e	5. c	9. a	13. d	17. d
2. e	6. d	10. d	14. e	18. b
3. d	7. c	11. a	15. c	19. d
4. c	8. a	12. a	16. d	20. b

EJERCICIOS PROPUESTOS 2

1. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
   I. La primera condición de equilibrio garantiza el equilibrio rotacional del cuerpo.
   II. Para que un cuerpo esté en equilibrio, solo debe cumplir la segunda condición de equilibrio.
   III. Para que un cuerpo esté en equilibrio, se deben cumplir la primera y la segunda condición de equilibrio.

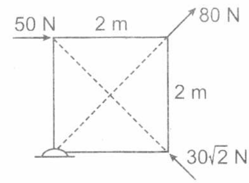
   a) FVF b) VFV c) VVV
   d) FFV e) FFF

2. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
   El momento de una fuerza...
   I. es una magnitud escalar.
   II. es una magnitud vectorial, cuya dirección es paralela a la fuerza.
   III. es una magnitud vectorial, cuya dirección es perpendicular al plano formado por la fuerza y el centro de giro.

   a) FFV b) VFV c) FVF
   d) FFF e) VVV

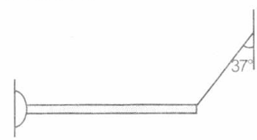
3. Calcular el momento resultante respecto al punto O, si la placa es homogénea cuadrada, de 2 m de longitud y 80 N de peso.

   a) -100 N.m
   b) -120 N.m
   c) -60 N.m
   d) 120 N.m
   e) 100 N.m



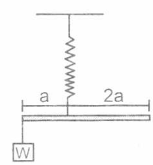
4. En la figura mostrada la barra homogénea de 160 N de peso se encuentra en equilibrio. Calcular la tensión en la cuerda.

   a) 50 N
   b) 80 N
   c) 100 N
   d) 120 N
   e) 160 N



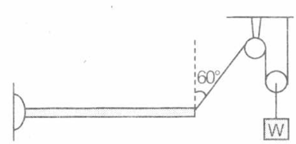
5. En la figura mostrada la barra homogénea de 8 kg está en equilibrio, en posición horizontal; si $k = 60$ N/cm, calcular la deformación del resorte ($g = 10\ m/s^2$).

   a) 1 cm
   b) 2 cm
   c) 3 cm
   d) 4 cm
   e) 5 cm

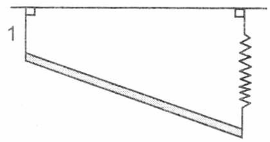


6. En la figura mostrada la barra homogénea de 100 N de peso, se encuentra en equilibrio. Calcular W si las poleas son de peso despreciable.

   a) 50 N
   b) 80 N
   c) 100 N
   d) 150 N
   e) 200 N



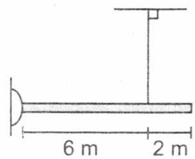
7. El resorte está deformado 3 cm, calcular la tensión del cable 1, si la barra homogénea se encuentra en equilibrio. ($k = 20$ N/cm)



a) 20 N b) 30 N c) 40 N
d) 50 N e) 60 N

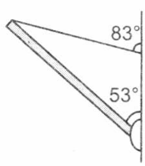
8. Calcular la tensión en la cuerda si la barra homogénea de 24 kg está en equilibrio. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 100 N
b) 200 N
c) 300 N
d) 160 N
e) 500 N



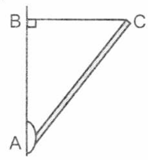
9. La barra homogénea de 80 N de peso se encuentra en equilibrio. Calcular la tensión en la cuerda.

a) 34 N
b) 63 N
c) 62 N
d) 65 N
e) 72 N



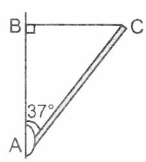
10. La barra homogénea de 240 N de peso, se encuentra en equilibrio. Determinar la tensión en el cable, si AB = 8; BC = 12.

a) 80 N
b) 100 N
c) 140 N
d) 160 N
e) 180 N



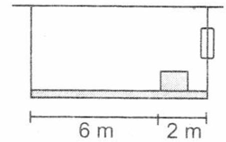
11. La barra homogénea de 800 N de peso se encuentra en equilibrio. Determinar la tensión en el cable.

a) 100 N
b) 150 N
c) 200 N
d) 300 N
e) 350 N



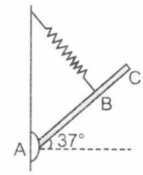
12. Indicar la lectura del dinamómetro, si la barra homogénea de 40 kg de masa está en equilibrio, el bloque tiene 8 kg ($g = 10\ m/s^2$).

a) 130 N
b) 260 N
c) 320 N
d) 480 N
e) 600 N



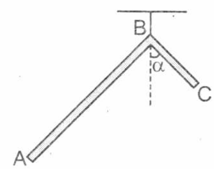
13. En la figura mostrada la barra homogénea de 30 kg se encuentra en equilibrio, calcular la deformación del resorte. k = 100 N/cm; $g = 10\ m/s^2$; $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

a) 0, 5 cm
b) 1 cm
c) 2 cm
d) 3 cm
e) 4 cm



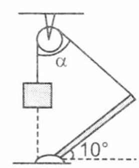
14. En la figura mostrada, calcular el ángulo α para que la barra homogénea se mantenga en equilibrio, si AB = 2 m; RC = $\sqrt{3}$ m

a) 30°
b) 60°
c) 37°
d) 53°
e) 45°



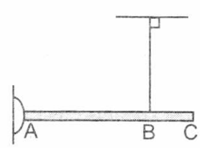
15. La barra homogénea de 80 N de peso y el bloque de 40 N, se encuentran en equilibrio. Calcular el ángulo α.

a) 10°
b) 20°
c) 30°
d) 40°
e) 50°

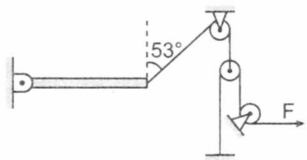


16. En la figura mostrada la barra homogénea de 9 kg está en equilibrio. Calcular la tensión en la cuerda, si: $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$; $g = 10\ m/s^2$

a) 25 N
b) 45 N
c) 55 N
d) 75 N
e) 95 N



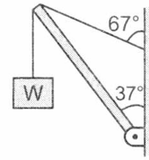
17. En la figura mostrada la barra homogénea de 180 N de peso se encuentra en equilibrio, calcular la fuerza F, si las poleas son de peso despreciable.



a) 25 N b) 50 N c) 75 N
d) 95 N e) 105 N

18. La barra homogénea de 100 N de peso se encuentra en equilibrio. Calcular la tensión en la cuerda, si W = 80 N.

a) 120 N
b) 146 N
c) 156 N
d) 180 N
e) 175 N



CLAVES

1. d	5. b	9. a	13. c	17. c
2. a	6. e	10. e	14. d	18. c
3. b	7. e	11. d	15. b	
4. c	8. d	12. b	16. d	

DINÁMICA

Estudia la dependencia entre el movimiento de los cuerpos materiales y las fuerzas que actúan sobre ellos. El movimiento de un cuerpo queda determinado por la naturaleza y disposición de los otros cuerpos que forman su medio ambiente, así como por las condiciones iniciales de movimiento.

INERCIA

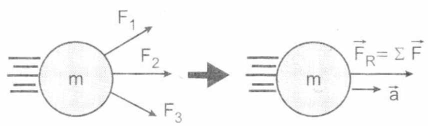
La comparación de los resultados de la acción de una misma fuerza sobre cuerpos diferentes, conduce a la noción de la inercia de los cuerpos. La experiencia muestra que, en general, si se aplica una misma fuerza a dos cuerpos distintos en reposo, libres de otras influencias, estos cuerpos durante un mismo intervalo de tiempo recorrerán distancias diferentes y adquirirán distintas velocidades.

La inercia caracteriza la propiedad de los cuerpos materiales de cambiar más rápido o más lentamente la velocidad de su movimiento bajo la acción de las fuerzas.

La medida cuantitativa de la inercia de un cuerpo dado, es una magnitud física escalar denominada masa del cuerpo. En mecánica se considera que la masa es una cantidad escalar positiva y constante para cada cuerpo dado, es decir, no depende de la velocidad del cuerpo considerado.

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Toda fuerza resultante no nula al actuar sobre un cuerpo de masa m constante produce una aceleración que posee la misma dirección de la fuerza resultante, siendo su valor directamente proporcional al valor de la fuerza resultante e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.



$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_R = \Sigma\vec{F} = m\vec{a}}$$

FUERZA DE GRAVEDAD

Es la fuerza de atracción gravitatoria ejercida sobre un cuerpo por la Tierra.

La fuerza de atracción gravitatoria ejercida sobre un cuerpo por la Tierra es un aspecto de la acción mutua entre la Tierra y el cuerpo.

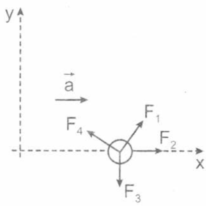
Esto es, la Tierra atrae al cuerpo y al mismo tiempo el cuerpo atrae a la Tierra. La fuerza ejercida sobre la Tierra por el cuerpo tiene igual magnitud y dirección opuesta a la fuerza ejercida sobre el cuerpo por la Tierra.

La fuerza de gravedad (peso) no es una propiedad del cuerpo, sino que depende de su masa y de las características del planeta o del elemento material que ejerce atracción sobre el cuerpo.

APLICACIONES DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON

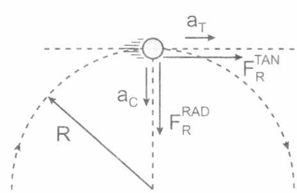
1. **Al movimiento rectilíneo.** En este caso se debe tener en cuenta que la aceleración es paralela a la trayectoria rectilínea, por lo que en este caso es recomendable descomponer las fuerzas en una componente paralela y perpendicular a la trayectoria rectilínea, teniéndose:

$$\boxed{\Sigma F_x = ma}$$
$$\boxed{\Sigma F_y = 0}$$



2. **Al movimiento circular.** Para este caso la fuerza resultante se analiza en términos de las siguientes componentes:

   - **Componente radial** (F_R^{RAD}): llamada también fuerza centrípeta, se obtiene mediante la suma de las componentes radiales de las diferentes fuerzas actuantes y genera a la aceleración centrípeta.



$$\boxed{F_R^{RAD} = \Sigma F_{radial} = ma_C}$$

El papel de la fuerza centrípeta es desviar continuamente el cuerpo del camino recti-

línea que recorrería por inercia en ausencia de la fuerza actuante.

- **Componente tangencial** (F_R^{TAN}): esta componente se obtiene sumando las componentes tangenciales de las diferentes fuerzas actuantes, produciendo la aceleración tangencial.

$$\boxed{F_R^{TAN} = \Sigma F_{tangencial} = ma_T}$$

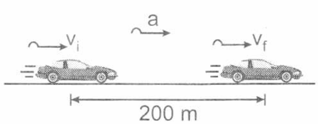
El papel de esta componente tangencial es la de modificar la velocidad, es decir, acelera o retarda el movimiento.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un automóvil se mueve sobre una carretera horizontal con MRUV; si aumenta su velocidad desde 36 km/h hasta 72 km/h habiendo recorrido 200 m. Indique el valor de la fuerza resultante que actúa sobre el automóvil (peso del automóvil igual a media tonelada).

Resolución:

Representando en el siguiente gráfico al automóvil:



$W = 500$ kgf $\Rightarrow$ $m = 500$ kg

$$v_i = 36\,\frac{km}{h} = 36 \times \frac{1000}{3600}\,\frac{m}{s} = 10\,\frac{m}{s}$$

$$v_f = 72\,\frac{km}{h} = 20\,\frac{m}{s}$$

Pero: $v_f^2 = v_i^2 + 2ae$

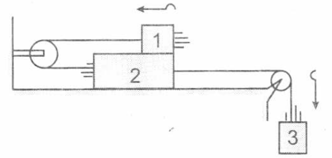
$$20^2 = 10^2 + 2a(200)$$

$$\Rightarrow\ a = 0,75\ m/s^2$$

Luego: $F_R = 500(0{,}75)$

$\therefore\ F_R = 375$ N

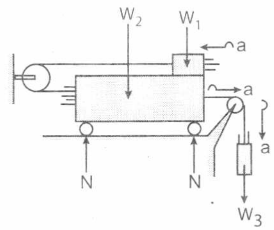
2. Si no existe rozamiento entre las superficies en contacto, determine la aceleración del sistema. ($m_2 = 8m_1 = 8m_3$)



Resolución:

En este caso se utiliza la siguiente ecuación:

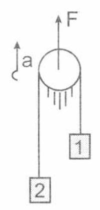
$$a = \frac{F_{neta}}{m_{sist.}}$$



Luego: $a = \dfrac{W_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{m_3 g}{m_3 + 8m_3 + m_3}$

$a = \dfrac{g}{10}$ $\quad\therefore\ a = 0,98\ m/s^2$

3. En la figura se presenta a una polea ideal que es elevada mediante una fuerza constante F de 800 N. Si: $m_2 = 2m_1 = 50$ kg; determine la aceleración del bloque 1 ($g = 10\ m/s^2$).

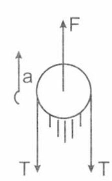


Resolución:

DCL de la polea móvil:

Se cumple que:

$F_R = ma$, pero como la polea es de masa despreciable



$\Rightarrow F_R = F - 2T = 0$

Luego: $T = \dfrac{F}{2} = \dfrac{800}{2} = 400$ N

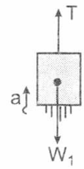
DCL de bloque 1:

Como: $F_R = ma$

$\Rightarrow T - W_1 = m_1a_1$

$400 - 25(10) = 25 \times a_1$

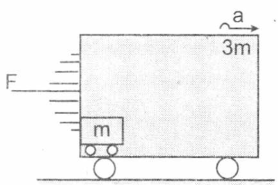
finalmente: $a_1 = 6\ m/s^2$



4. Sobre un vagón de masa 3m actúa una fuerza horizontal de 40 N; en su interior se encuentra un carrito de masa m, el cual por efecto de la inercia debido a la aceleración se recuesta y apoya en la pared posterior. Indique la reacción de la pared sobre el carrito, si no existe rozamiento.

Resolución:

Analizando al sistema:



Se sabe que: $F_R = m_{sist.}a$

$\Rightarrow F = 4ma \quad \ldots (1)$

DCL del carrito:

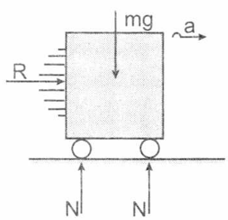
Utilizando: $F_R = ma$

$\Rightarrow R = ma \quad \ldots (2)$

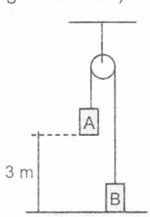
(2) en (1): $F = 4R$

$\Rightarrow 40 = 4R$

$\therefore R = 10\ N$

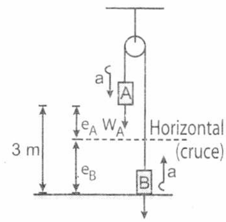


5. El sistema mostrado en la figura se encuentra inicialmente en reposo; determine la velocidad del bloque A cuando ambos bloques se encuentran en la misma horizontal.
($m_A = 2m_B$ y $g = 10\ m/s^2$)



Resolución:

En primer lugar se determina el valor de la aceleración, de cada bloque:



Se sabe que: $a = \dfrac{F_{neta}}{m_{sistema}}$

$$a = \frac{W_A - W_B}{m_A + m_B} = \frac{2m_Bg - m_Bg}{2\,m_B + m_B}$$

$$a = \frac{g}{3} = \frac{10}{3}\ m/s^2$$

Además de la figura, se deduce que:

$$e_A = e_B = \frac{3}{2}\ m$$

Para el bloque A:

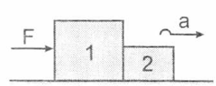
$v_f^2 = v_i^2 + 2ae \Rightarrow v_f^2 = 0 + 2 \times \dfrac{10}{3} \times \dfrac{3}{2}$

$\therefore\ v_f = \sqrt{10}\ m/s$

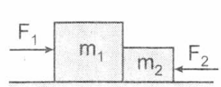
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Los bloques 1 y 2 de 40 kg, respectivamente, son empujados por una fuerza horizontal F = 120 N. Calcular la fuerza de contacto entre los bloques. No hay rozamiento.

a) 20 N
b) 30 N
c) 40 N
d) 50 N
e) 60 N

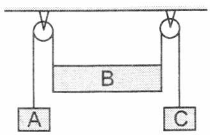


2. Dos bloques están en contacto sobre una superficie lisa, se aplican 2 fuerzas horizontales F_1 y F_2, tal como se muestra. Si $m_1 = 8$ kg; $m_2 = 2$ kg; $F_1 = 100$ N y $F_2 = 80$ N; determine el módulo de la fuerza que ejerce un bloque al otro.



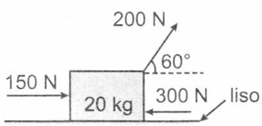
a) 44 N b) 54 N c) 64 N
d) 74 N e) 84 N

3. Si el sistema mostrado se deja en libertad, determine el módulo de la aceleración del bloque B (poleas ideales).
$m_A = m_C = 2$ kg; $m_B = 6$ kg



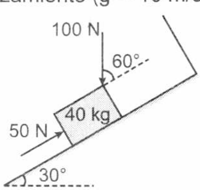
a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 5 m/s^2

4. Determinar la aceleración que experimenta el bloque de masa 20 kg.



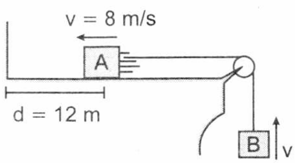
a) 3,5 m/s^2 b) 4 m/s^2
c) 4,5 m/s^2 d) 5,5 m/s^2
e) 2,5 m/s^2

5. Hallar la aceleración del bloque de masa 40 kg. No hay rozamiento ($g = 10$ m/s^2).



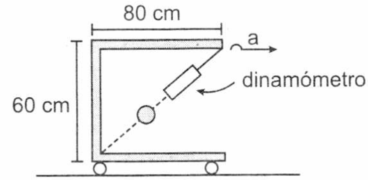
a) 0 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 5 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 9,8 m/s^2

6. Teniendo en cuenta que los bloques A y B son lisos y de masas 4 kg y 1 kg, respectivamente. Determinar luego de cuánto tiempo, a partir del instante mostrado, el bloque A chocará con la pared (polea ideal).



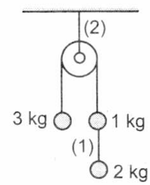
a) 1 s
b) 2 s
c) 3,5 s
d) 5 s
e) 5,5 s

7. En el sistema, el dinamómetro registra 35 N. Determine la masa de la esfera ($g = 10$ m/s^2).



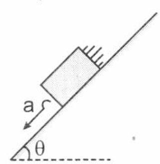
a) 2,1 kg b) 2, 2 kg c) 3 kg
d) 3,4 kg e) 3,8 kg

8. Determine la variación de la tensión en (2) luego de cortar la cuerda (1). Considere el sistema inicialmente en reposo ($g = 10$ m/s^2).



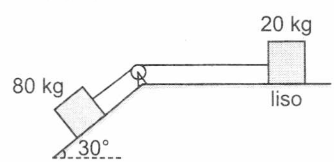
a) 20 N
b) 35 N
c) 45 N
d) 55 N
e) 60 N

9. Determinar el ángulo θ, si el bloque desciende con aceleración $a = 8$ m/s^2 y no existe rozamiento ($g = 10$ m/s^2).



a) 30°
b) 37°
c) 53°
d) 60°
e) 45°

10. Para el sistema de bloques mostrado, calcular:
i. Aceleración del sistema.
ii. Tensión en la cuerda.



a) $a = 1$ m/s^2; $T = 75$ N
b) $a = 2$ m/s^2; $T = 70$ N
c) $a = 3$ m/s^2; $T = 75$ N
d) $a = 4$ m/s^2; $T = 80$ N
e) $a = 5$ m/s^2; $T = 75$ N

11. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. La segunda ley de Newton establece:

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

II. Si la fuerza resultante en un cuerpo o partícula es despreciable ($F_R = 0$) necesariamente su movimiento es lento.

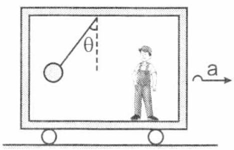
III. La masa y el peso son diferentes magnitudes físicas.

IV. La medida cuantitativa de la inercia es la masa.

a) VFVF b) FVVF c) VFVV
d) FFVV e) FFFV

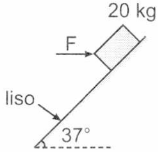
12. Del gráfico, calcular la aceleración del coche en términos de g y θ. La esfera está en reposo con respecto del observador.

a) $g\tan\theta$
b) $g\cot\theta$
c) $g\,\mathrm{sen}\,\theta$
d) $g\cos\theta$
e) $g\sec\theta$



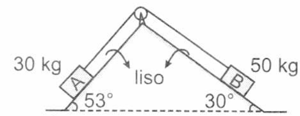
13. Calcular la aceleración del bloque de la figura, si se sabe que su masa es 20 kg, F = 250 N y la fuerza F es siempre horizontal.

a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) 5 m/s^2

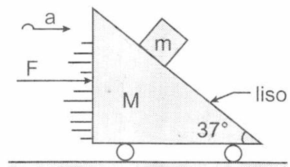


14. Hallar la aceleración de los bloques A y B. (g = 10 m/s^2)

a) g/7
b) g/6
c) g/5
d) g/4
e) g/3



15. Determinar la aceleración de la cuña, si el bloque de masa m no se desliza sobre la cuña.



a) 7 m/s^2 b) 7,5 m/s^2
c) 6,5 m/s^2 d) 5,5 m/s^2
e) 4,5 m/s^2

16. Un joven desciende en un ascensor con velocidad constante y la balanza sobre la que se encuentra indica 1000 N. ¿Cuánto marcará la balanza si el ascensor asciende con una aceleración de 4 m/s^2? (g = 10 m/s^2)

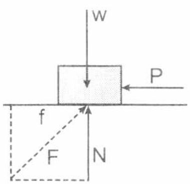
a) 1400 N b) 1450 N c)1 500 N
d) 1550 N e) 1600 N

CLAVES

1. c	5. c	9. c	13. d
2. e	6. b	10. d	14. a
3. b	7. a	11. c	15. b
4. e	8. a	12. a	16. a

ROZAMIENTO

La resistencia que se opone al resbalamiento o a su tendencia a resbalar, de un cuerpo sobre otro es una fuerza tangente a la superficie de contacto, que recibe el nombre de rozamiento. Las superficies en realidad no son lisas por lo que la reacción de un cuerpo sobre otro no es normal a dicha superficie de contacto. Si se descompone la reacción (F) en dos componentes, una perpendicular (N) y otra tangente a la superficie de contacto, la componente tangencial (f) a dicha superficie se denomina fuerza de fricción o rozamiento. En consecuencia, los diagramas de cuerpo libre para problemas donde interviene el rozamiento son los mismos que para aquellos en que intervienen superficies lisas, salvo que ha de incluirse una fuerza de rozamiento tangente a la superficie de contacto.



$$\boxed{F = \sqrt{f^2 + N^2}}$$

Se suele hablar de dos tipos de rozamiento:

1. **Rozamiento estático (f_s):** cuando no hay movimiento relativo entre los cuerpos en contacto; es decir, cuando ninguno se mueve, o ambos se desplazan como si fueran uno solo, oponiéndose a cualquier intento de movimiento relativo. En este caso la fuerza de rozamiento desarrollada es exactamente suficiente para mantener el reposo relativo con las demás fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

   Esto implica que la fuerza de rozamiento estático es una fuerza regulable o variable alcanzando un valor máximo o límite, el cual depende de la normal y de la aspereza de la superficie en contacto. Por lo tanto, la fuerza de rozamiento estático cumple con:

   $$\boxed{0 \leq f_s \leq f_{s(máx)}}$$

2. **Rozamiento cinético (f_k):** se genera cuando los cuerpos en contacto se encuentran en movimiento relativo. La fuerza de rozamiento es constante y prácticamente independiente del valor de la velocidad.

COEFICIENTE DE ROZAMIENTO

Constante experimental que permite comparar las propiedades de rozamiento de pares distintos o iguales de materiales en diferentes condiciones de sus superficies en contacto, y con objeto de calcular la fuerza de rozamiento máxima correspondiente a una fuerza normal cualquiera.

El coeficiente de rozamiento estático de dos superficies cualesquiera se define como la razón del rozamiento máximo o límite entre la fuerza normal correspondiente:

$$\boxed{\mu_s = \frac{\text{Rozamiento límite } (f_{s(máx)})}{\text{Fuerza normal (N)}}}$$

Donde el rozamiento límite es el rozamiento que existe cuando las superficies están a punto de empezar a moverse la una con respecto a la otra (estado de movimiento inminente).

En general, cuando las superficies en contacto se mueven una respecto a la otra, el rozamiento disminuye. En este caso, la razón de la fuerza de rozamiento entre la fuerza normal se define como coeficiente de rozamiento cinético.

$$\boxed{\mu_k = \frac{\text{Rozamiento cinético } (f_k)}{\text{Fuerza normal (N)}}}$$

El valor del coeficiente de rozamiento tiene que determinarse experimentalmente, y es una constante para dos materiales cualesquiera determinados, cuando las superficies de contacto están en una condición fijada. No obstante, varía mucho para diferentes condiciones de las superficies y con la naturaleza de los cuerpos en contacto.

LEYES DE ROZAMIENTO

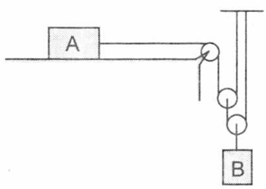
Los resultados de un gran número de experiencias sobre el rozamiento en superficies secas, publicadas por C. A. de Coulomb en 1781, proporcionaron las primeras informaciones sobre las leyes del rozamiento, obteniéndose las siguientes leyes:

- La fuerza máxima de rozamiento que puede producirse es proporcional a la fuerza normal entre las superficies en contacto.
- Esta fuerza máxima es independiente del tamaño de la superficie de contacto.

- La fuerza límite de rozamiento estático es mayor que la fuerza de rozamiento cinético, siempre que actúe la misma fuerza normal.
- El coeficiente de rozamiento cinético es menor que el coeficiente de rozamiento estático.
- La fuerza de rozamiento cinético es independiente de la velocidad relativa de los cuerpos en contacto.

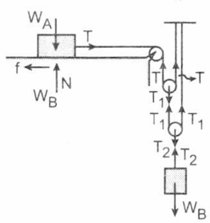
EJERCICIOS RESUELTOS

1. Indique el valor de la fuerza de rozamiento sobre A cuyo peso es de 800 kgf, si se sabe que el bloque B pesa 960 kgf y las poleas son ideales. ($m_s = 0{,}8$ y $m_k = 0{,}5$)



Resolución:

- Sobre la figura se efectúa el DCL de cada momento: Luego se cumple que si el sistema se encuentra en equilibrio:



$T_2 = W_B = 960$ kgf

$2T_1 = T_2 \Rightarrow T_1 = 480$ kgf

$2T = T_1 \Rightarrow T = 240$ kgf

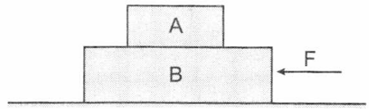
$f = T = 240$ kgf

- Como: $f_{s(máx)} = m_sN = m_sWA$

  $f_{s(máx)} = 0{,}8(800) = 640$ kgf

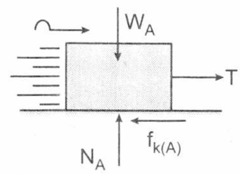
- Finalmente se deduce que existe equilibrio y que: $f = f_s = 240$ kgf

2. Si se sabe que el valor del coeficiente de rozamiento cinético entre todas las superficies ásperas en contacto es: 0,20. Determine el valor de la fuerza necesaria F con velocidad constante. ($m_A = 2m_B = 20$ kg)



Resolución:

- DCL del bloque A:

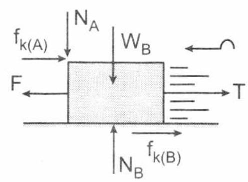


$T = f_{k(A)} = \mu_k N_A$

$N_A = W_A = 20$ kgf

$\Rightarrow T = (0{,}20)(20) = 4$ N

- DCL del bloque B:



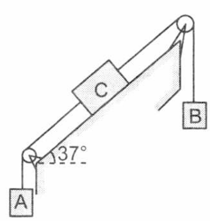
$F = T + f_{k(A)} + f_{k(B)}$

$N_B = N_A + W_B = 20 + 10 = 30$ kgf

$\Rightarrow F = 4 + 4 + (0,\ 20)(30)$

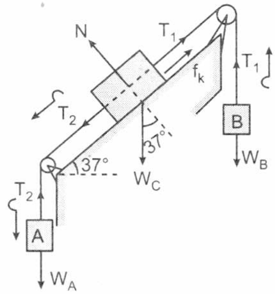
$\therefore\ F = 14$ N

3. En el sistema mostrado se sabe que los bloques deslizan con velocidad constante; determine el valor del coeficiente de rozamiento cinético entre el plano y el bloque C .
($W_A = 100$ N ; $W_B = 140$ N y $W_C = 120$ N)



Resolución:

DCL de cada bloque:



- El sistema se encuentra en equilibrio debido a que los bloques deslizan con velocidad constante.
- Sobre el bloque A: $T_2 = W_A = 100$ N
- Sobre el bloque B: $T_1 = W_B = 140$ N
- Sobre el bloque C: $N = W_C\cos 37°$

  $T_2 + W_C\text{sen}37° = T_1 + f_k$

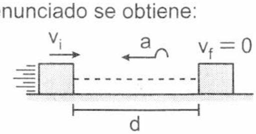
  $\Rightarrow\ 100 = 120\left(\dfrac{3}{5}\right) = 140 + \mu_k(120)\left(\dfrac{4}{5}\right)$

  $\therefore\ \mu_k = \dfrac{1}{3} = 0.33$

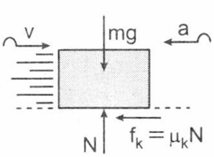
4. Un bloque de 20 kg ingresa con una velocidad de 20 m/s a una pista horizontal áspera. Si μ_k es de 0,25; indique qué espacio recorre hasta que finalmente se detiene. $(g = 10\ \text{m/s}^2)$

Resolución:

- Del enunciado se obtiene:



$F_R = ma$
$\Rightarrow\ f_k = ma$
$\Rightarrow\ \mu_k - N = ma$
$\mu_k = mg = ma$
$\Rightarrow\ a = \mu_k g$



Luego: $a = (0,25)(10) = 2{,}5\ \text{m/s}^2$

- Finalmente de la ecuación cinemática:

  $v_f^2 = v_i^2 - 2ae$

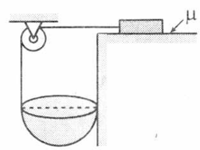
  $\Rightarrow\ 0 = (20)^2 - 2(2{,}5)d$

  $d = \dfrac{400}{5} = 80$ m

EJERCICIOS PROPUESTOS

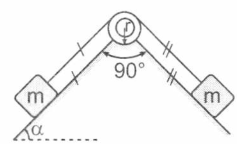
1. El sistema mostrado en la figura se encuentra en equilibrio. Calcular el coeficiente de rozamiento μ, si se sabe que el peso del bloque y la semiesfera homogénea son de 200 y 100 N, respectivamente. El sistema está a punto de ponerse en movimiento.

   a) 0,25
   b) 0,50
   c) 0,75
   d) 1
   e) 0,40



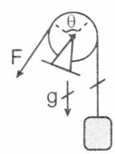
2. Una polea de radios externo e interno R y r se apoya sobre un eje cilindro inmóvil. El coeficiente de rozamiento entre la posea y el eje es $\sqrt{2}/2$. Siendo los bloques y las cuerdas lisas; determine los valores de que permiten el equilibrio del sistema $\left[\dfrac{r}{R} = \dfrac{2}{3}\right]$.

   a) $30° \leq \alpha \leq 45°$
   b) $26{,}5° \leq \alpha \leq 63{,}5°$
   c) $\alpha \geq 45°$
   d) $31{,}3° \leq \alpha \leq 45°$
   e) $\alpha = 45°$

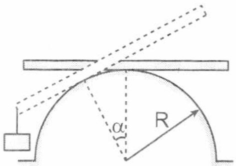


3. Determina el menor valor de F que permita sostener el bloque de masa m. El coeficiente de rozamiento estático entre la curva y la polea es μ.

   a) mg
   b) $mg(\mu + 1)$
   c) $mge^{-\mu\theta}$
   d) $mge^{\mu\theta}$
   e) $mge^{-\mu/\theta}$



4. La barra uniforme de peso W se encuentra en equilibrio en la posición mostrada; si de un extremo se suspende un bloque de peso K, la barra adopta una nueva posición de equilibrio pero está a punto de resbalar. Hallar el ángulo α que define la posición de equilibrio. Existe suficiente rozamiento para evitar que la barra de longitud L resbale.

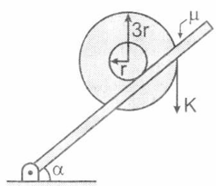


a) $\frac{L}{R}$ b) $\frac{2KL}{R(K+W)}$ c) $\frac{L}{2R}$

d) $\frac{KL}{2R(K+W)}$ e) $\frac{KL}{R(K+W)}$

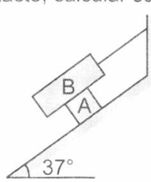
5. Dos discos con centros solidarios de densidades homogéneas, tiene un peso total de 4K. Hallar el coeficiente de rozamiento μ sabiendo que se mantiene en equilibrio. Calcular μ mínimo.

a) 0,25
b) 0,5
c) 0,6
d) 0.8
e) 0,75



6. El bloque A, de peso W, desliza hacia abajo con velocidad constante sobre un plano inclinado cuya pendiente es 37°; mientras la tabla B, también de peso W, descansa sobre la parte superior de A. La tabla se encuentra unida mediante una cuerda al punto más alto del plano inclinado. Si el coeficiente de rozamiento cinético es el mismo para todas las superficies en contacto, calcular su valor.

a) 0,25
b) 0,22
c) 0,33
d) 0,42
e) 0,48

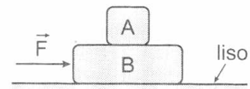


7. Al frenar bruscamente un auto que viajaba a 72 km/h, las llantas patinan resbalando 50 m para detenerse. Calcular el coeficiente de rozamiento cinético entre la pista y los neumáticos ($g = 10\ m/s^2$).

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
d) 0,4 e) 0,5

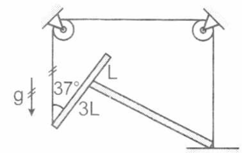
8. Calcular el máximo módulo de $\vec{F}$ horizontal para que el cuerpo A de 2 kg que se halla apoyado sobre B de 3 kg no resbale. Los coeficientes de rozamiento entre los bloques valen 0,4 y 0,2 ($g = 10\ m/s^2$).

a) 80 N
b) 60 N
c) 40 N
d) 20 N
e) 10 N



9. A partir del equilibrio mecánico del sistema mostrado, determine el módulo de la fuerza de rozamiento entre las barras homogéneas de 60 N cada una y además determine el módulo de la reacción del piso.

a) 32 N, 80 N
b) 23 N, 80 N
c) 20 N, 80 N
d) 28 N, 60 N
e) 30 N, 80 N

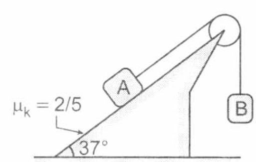


10. Determine el mínimo tiempo que puede emplear un automóvil para recorrer 3,6 km en línea recta sobre una pista horizontal, cuyos coeficientes de rozamiento con los neumáticos son 0,8 y 0,6. Considere el auto inicialmente en reposo ($g = 10\ m/s^2$).

a) 5 s b) 10 s c) 20 s
d) 30 s e) 40 s

11. Calcular el módulo de la aceleración del sistema, si las masas de A y B valen 30 y 50 kg, respectivamente.

a) 0
b) 4,76 m/s^2
c) 3,02 m/s^2
d) 1,81 m/s^2
e) 2,74 m/s^2



12. Se deja caer una caja sobre una cinta transportadora que se mueve a 3 m/s. Si la caja está inicialmente en reposo y $\mu_k = 1/3$. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que cese el desplazamiento? ($g = 10\ m/s^2$).

a) 0,3 s b) 0,9 s c) 0,5 s
d) 1,2 s e) 1,5 s

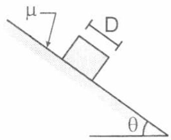
13. Señale verdadero (V) o falso (F):
   I. Los coeficientes de rozamiento depende del grado de pulimentación de las superficies en contacto.
   II. La fuerza de rozamiento no depende del área de contacto.
   III. En todo caso la fuerza de reacción normal es igual al peso del objeto en módulo.

   a) FFV   b) FFF   c) VFF
   d) VVF   e) VVV

14. Señale verdadero (V) o falso (F) acerca del rozamiento:
   I. Para una misma pareja de superficies $\mu_k > \mu_s$.
   II. Se necesita menos fuerza para iniciar el resbalamiento de un cuerpo que para mantenerlo en movimiento.
   III. La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento del cuerpo.

   a) VVV   b) FFF   c) VFV
   d) FVF   e) FFV

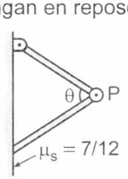
15. Calcule la altura máxima del cajón homogéneo y la medida del ángulo θ de modo que esté a punto de volcar.



   a) $h = D\tan\theta$; $\theta > \tan^{-1}(\mu)$
   b) $h = D\tan\theta$; $\theta = \tan^{-1}(\mu)$
   c) $h = D\cot\theta$; $\theta = \tan^{-1}(\mu)$
   d) $h = D\cot\theta$; $\theta \leq \tan^{-1}(\mu)$
   e) $h = D\cot\theta$; $\theta \geq \tan^{-1}(\mu)$

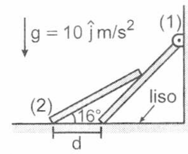
16. Determine el máximo valor de θ para el cual, las barras idénticas de 50 N que están articuladas se mantengan en reposo.

   a) 16°
   b) 24°
   c) 32°
   d) 37°
   e) 74°



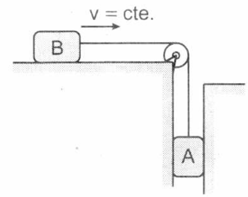
17. En la figura, la barra (2) se encuentra a punto de deslizar, si el coeficiente de fricción entre (1) y (2) es $\sqrt{3}/3$ y la reacción en la articulación es $32{,}10^{-1}$ N. Determinar d ($m_A = m_B = 500$ g y la longitud de (1) es 0,5 m). Considere barras homogéneas.

   a) 15,25 cm
   b) 10,25 cm
   c) 12,11 cm
   d) 11,89 cm
   e) 9,85 cm



18. El conjunto formado por los bloques A y B de 40 N cada uno se mueve con velocidad constante por las superficies rugosas de $\mu_k = 0{,}5$. Hallar el módulo de las fuerzas normales que las paredes ejercen sobre el bloque A.

   a) 17 N
   b) 19 N
   c) 20 N
   d) 25 N
   e) 30 N



19. Un bloque es arrojado a lo largo de un terreno horizontal con una velocidad de módulo 30 m/s, si los coeficientes de rozamiento valen 0,7 y 0,5. Determinar que distancia avanza el bloque hasta detenerse ($g = 10 m/s^2$).

   a) 30 m   b) 60 m   c) 90 m
   d) 5 m   e) 3 m

20. Cuando un bloque se desliza sobre una superficie plana rugosa, halle el ángulo que forma la reacción de la superficie sobre el bloque con la normal a dicha superficie, si los coeficientes de rozamiento valen 3/4 y 7/24.

   a) 37°   b) 53°   c) 16°
   d) 74°   e) 45°

CLAVES

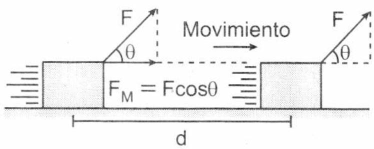
1. a	5. e	9. a	13. d	17. d
2. b	6. a	10. d	14. b	18. c
3. c	7. d	11. e	15. d	19. c
4. d	8. d	12. b	16. c	20. c

TRABAJO (W)

Magnitud escalar que caracteriza la acción que ejerce la fuerza sobre el cuerpo al comunicarle cierto desplazamiento. El trabajo caracteriza la acción de las fuerzas capaces de modificar el módulo de la velocidad del cuerpo, es decir, que pueden acelerar o retardar el movimiento del cuerpo considerado. Esto implica que solo pueden realizar trabajo aquellas fuerzas que tengan una componente en la dirección del movimiento, es decir, una componente tangente a la trayectoria en cada uno de sus puntos.

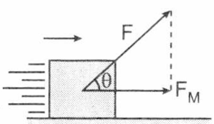
El valor del trabajo se calcula conociendo la fuerza y la trayectoria que recorre el cuerpo, teniéndose los siguientes casos básicos:

1. **Fuerza constante:**



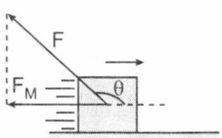
$$\boxed{W_F = F_M d = Fd\cos\theta}$$

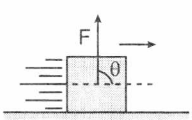
Unidad: *joule* (J) = N.m
Casos que se pueden presentar:



$0° \leq \theta < 90°$
W_F: +

$90° < \theta \leq 180°$
W_F: –

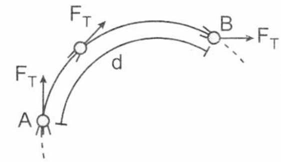




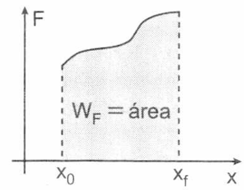
$\theta = 90°$
$W_F = 0$

2. **Fuerza de módulo constante:** la cual es tangente a la trayectoria en cada uno de sus puntos (espacio recorrido).

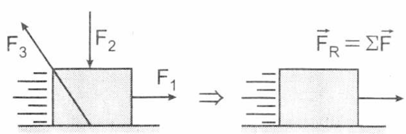
$$\boxed{W_F = F_T d}$$



3. **Para una fuerza de dirección constante:** cuyo módulo varía con su posición o distancia (x). En este caso se efectúa la gráfica de la fuerza con respecto a la posición (x), el trabajo está representado por el área encerrada por la gráfica con el eje de la posición, entre la posición inicial (x_0) y la posición final (x_1).



4. **Trabajo neto o total (W_{total}):** en general, cuando sobre un cuerpo actúan dos o más fuerzas (sistema de fuerzas) en este caso se define el trabajo total o neto como la suma algebraica de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Este trabajo es también igual al trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo.



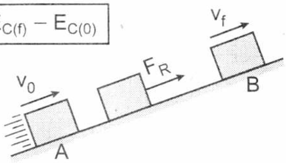
$$\boxed{W_{total} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = W_{F_R}}$$

Si el movimiento es acelerado ($|\vec{v}|$ aumenta):
W_{total}: +
Si el movimiento es retardado ($|\vec{v}|$ disminuye):
W_{total}: –
Si el movimiento es uniforme ($|\vec{v}|$ constante):
$W_{total} = 0$

Teorema de la energía cinética. El trabajo realizado por la fuerza resultante (trabajo neto o total), que actúa sobre un cuerpo durante cualquier

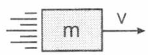
parte de su movimiento, es igual al cambio que experimenta la energía cinética (E_c) del cuerpo durante esa parte de su movimiento.

$$\boxed{W_{total} = \Sigma W_F = E_{C(f)} - E_{C(0)}}$$

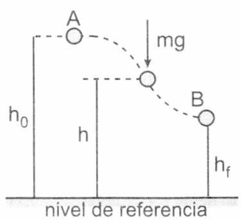


La energía cinética de un cuerpo en un punto del recorrido que realiza está dada por:

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}mv^2}$$



Trabajo de la fuerza de gravedad. La fuerza de gravedad (peso) realiza un trabajo que posee las siguientes características:



1. El trabajo no depende de la trayectoria recorrida.
2. El trabajo es igual al producto del peso por el desplazamiento vertical (diferencia de alturas):

$$\boxed{W_{mg} = mg(h_0 - h_f)}$$

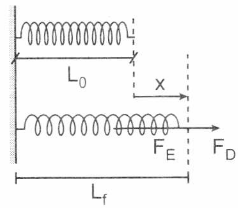
3. Se denomina energía potencial gravitatoria a:

$$\boxed{E_{PG} = mgh}$$

Con la cual el trabajo del peso se puede expresar como:

$$\boxed{W_{mg} = mg(h_0 - h_f) = (E_{PG(0)} - E_{PG(f)})}$$

Trabajo de la fuerza elástica. Se denomina fuerza elástica a la que se genera en un cuerpo deformado y la cual se opone a la deformación, es decir, su sentido está que tiende a devolverle al cuerpo su forma o dimensiones originales.



Para el caso de un resorte ideal, el cual presenta las siguientes características:

1. Es de masa despreciable.
2. Cumple la ley de Hooke tanto al ser estirado o comprimido. Esta ley establece que la fuerza deformadora (F_D) es directamente proporcional a la deformación ($x = L_f - L_0$) del resorte:

$$\boxed{k = \frac{F_D}{x} = \text{constante}}$$

Constante del resorte. La relación entre la fuerza deformadora (F_D) y la fuerza recuperadora elástica (F_E) es:

$\vec{F}_E = -\vec{F}_D$	$W_{F_E} = -W_{F_D}$

Luego de la ley de Hooke obtenemos que $F_D = kx$ por lo que la gráfica F_D - x es una recta. A partir de esta gráfica obtenemos:

$\tan\theta = k$	$W_{F_D} = \frac{k}{2}(x_f^2 - x_0^2)$

Por lo que el trabajo de la fuerza recuperadora elástica es:

$$\boxed{W_{F_D} = \frac{k}{2}(x_0^2 - x_f^2)}$$

Observaciones:

- En general el trabajo de una fuerza depende de la trayectoria recorrida, o como el cuerpo o sistema pasa de su posición o estado inicial a su posición o estado final.
- Solo para el caso de ciertas fuerzas el trabajo es independiente de la trayectoria, por ejemplo, una fuerza constante. A estas fuerzas se denominan fuerzas potenciales o conservativas.

POTENCIA (P)

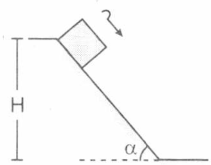
Magnitud escalar que determina la rapidez con la cual se realiza un trabajo. En el caso particular que el trabajo se realice de manera uniforme, es decir, que realizan trabajos iguales en tiempos iguales cualesquiera, la potencia es constante e igual al trabajo realizado en la unidad de tiempo:

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

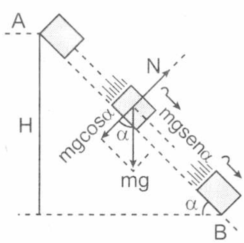
Unidad: *watt* (W) = $J.s^{-1}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determinar una expresión para el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad, sobre el bloque de masa m, cuando este recorre todo el largo del plano inclinado de altura H.



Resolución:



De la figura se observa que:

d = AB (desplazamiento)

mgsenα: componente de la fuerza de gravedad que efectúa trabajo mecánico.

$W = Fd \Rightarrow W = (mgsen\alpha)(d) = mgdsen\alpha$

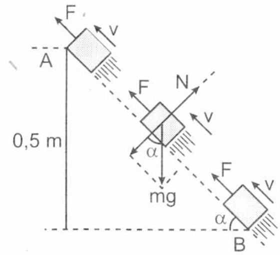
Pero de la figura:

$H = dsen\alpha \therefore W = mgH$

2. ¿Qué trabajo mecánico mínimo es necesario realizar, para subir un cuerpo de 2 kg a lo largo de un plano inclinado liso cuya longitud es 3 m y altura 0,5 m?

Resolución:

El trabajo mecánico mínimo que es necesario efectuar se presenta cuando el cuerpo es deslizado con velocidad constante:



Del dato y de la figura:

d = AB = 3 m y H = 0,5 m

Entonces se observa que el trabajo es efectuado por la fuerza F

Del DCL se tiene que:

$F = mgsen\alpha$; $W = Fd$

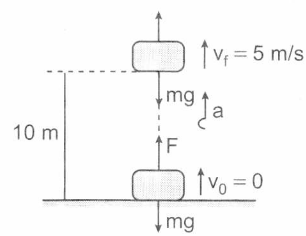
$W = (mgsen\alpha)(d) = mgdsen\alpha = mgH$

$$W = 2 \times 9{,}8 \times \frac{1}{2} = 9{,}8 \text{ J}$$

3. Un bloque de 8 kg se eleva verticalmente desde el reposo hasta alcanzar la velocidad de 5 m/s y una altura de 10 m. ¿Qué trabajo mecánico se ha efectuado sobre el bloque al elevarlo?

Resolución:

Sea F la fuerza que eleva verticalmente al bloque:



Cálculo del valor de F:

$F_R = ma \Rightarrow F - mg = ma \quad ...(1)$

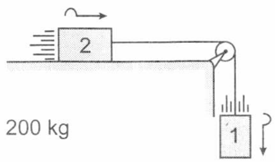
Pero: $v_f^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow 5^2 = 2(a)10$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2$$

En (1): $F - 8 \times 9{,}8 = 8 \times \frac{5}{4} \Rightarrow F = 88{,}4$ N

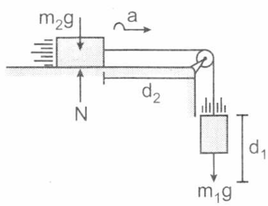
Finalmente para el cálculo del trabajo de F:
$W = F \times d = 88,4 \times 10 = 884\ J$

4. Determinar el trabajo neto que se efectúa sobre el bloque 2, cuando el bloque 1 desciende 10 m. (No existe asperezas entre las superficies en contacto).



$m_1 = m_2 = 200\ kg$

Resolución:



Se sabe que no existe rozamiento
y que: $d_2 = d_1 = d = 10\ m$
Además: $W_{Neto} = F_R d$ ... (1)

Pero: $F_R = ma \Rightarrow a = \dfrac{\Sigma F_{de\ a}^{Favor} - \Sigma F_{de\ a}^{Contra}}{m_{sistema}}$

$$a = \frac{m_1 g - 0}{m_1 + m_2} = \frac{200 \times 9,8}{200 + 200} = 4,9\ m/s^2$$

Luego: $F_R = 200 \times 4,9$
En (1): $W_{Neto} = 200 \times 4,9 \times 10 = 9800\ J$
$W_{Neto} = 9,8\ kJ$

5. Hallar la potencia de un motor en hp sabiendo que levanta bloques de 38 kgf hasta una altura de 8 m en dos segundos.

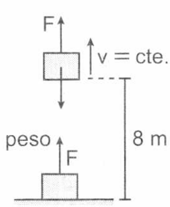
Resolución:

Del dato:
$W = 38\ kgf \Rightarrow F = 38\ kgf$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t}$$

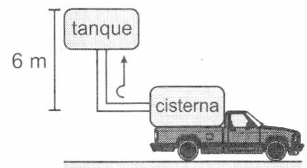
$$P = \frac{38 \times 8}{2} = 152\ kgf.m/s$$

Pero: $1\ hp = 76\ kgf.m/s$
$\therefore\ P = 2\ hp$



6. Un tanque con capacidad de 2000 litros está colocado a 6 m de altura, por encima de una cisterna. Una bomba que funciona durante 20 min hace subir verticalmente el agua, llenando completamente el tanque en dicho tiempo. ¿Cuál fue la potencia desarrollada por el motor de la bomba?

Resolución:



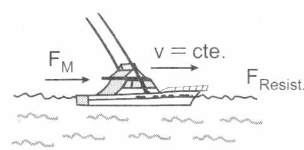
El peso que se eleva es de 2000 kgf porque son 2000 L de H_2O.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = \frac{2000 \times 9,8 \times 6}{20 \times 60}$$

$\therefore\ P = 98\ W$

7. Determinar la potencia en hp desarrollada por el motor de una lancha, sabiendo que cuando se desplaza con rapidez constante de 38 m/s, soporta una resistencia de parte del agua de 200 kgf.

Resolución:



Del dato: $v = 38\ m/s$ y se observa que:
$F_M = F_{Resist.} = 200\ kgf$
$\Rightarrow P = F_M v = 200 \times 38 \Rightarrow P = 7600\ kgf.m/s$
Pero: $1\ hp = 76\ kgf.m/s$
$\therefore\ P = 100\ hp$

8. De una mina debe extraerse cada 3 minutos, 900 litros de agua desde una profundidad de 150 m. ¿Qué potencia es necesaria?

Resolución:

Se observa que cada litro de agua pesa 1 kgf; entonces el peso total es de 900 kgf.

$$\Rightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} \Rightarrow P = \frac{900 \times 150}{3 \times 60} = 750 \text{ kgf.m/s}$$

Pero: $1 \text{ CV} = 75 \text{ kgf.m/s} \Rightarrow P = 10 \text{ CV}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

   I. El trabajo se mide en *joules* (J) y la potencia en *watts* (W).
   II. El trabajo puede ser positivo o negativo.
   III. El trabajo desarrollado por una fuerza variable se determina como $W = Fd\cos\theta$ donde d es la distancia y F es la fuerza variable.
   IV. Si un cuerpo se mueve lentamente, entonces el trabajo neto sobre él es nulo.

   a) FFVV b) VFVV c) VVFV
   d) FFFV e) VVVV

2. En las siguientes afirmaciones, marcar falso (F) o verdadero (V):

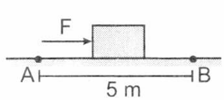
   I. Las fuerzas perpendiculares al desplazamiento no realizan trabajo.
   II. La potencia es el trabajo desarrollado en cada unidad de tiempo.
   III. El trabajo neto se calcula como la suma de todos los trabajos efectuados por cada una de las fuerzas.
   IV. La eficiencia o rendimiento mecánico n se calcula de la siguiente forma:

   $$n = \frac{\text{Potencia util}}{\text{Potencia absorbida}} \times 100\%$$

   a) VFVV b) FFFV c) VFVF
   d) VVVV e) FFFF

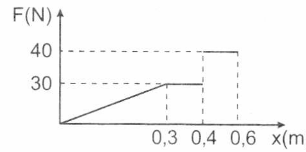
3. Hallar el trabajo realizado por la fricción si el bloque de 100 N de peso es llevado desde A hasta B con velocidad constante. (F = 20 N).

   a) −50 J
   b) −80 J
   c) −90 J
   d) −100 J
   e) −120 J



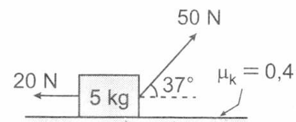
4. La gráfica muestra la fuerza aplicada a un cuerpo y su correspondiente desplazamiento (x). ¿Qué trabajo ha realizado al trasladar el cuerpo de $x_1 = 0{,}3$ m a $x_2 = 0{,}6$ m?

   a) 9 J
   b) 10 J
   c) 11 J
   d) 8 J
   e) 3 J



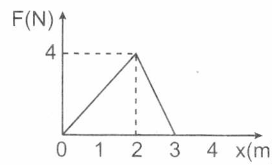
5. Calcular el trabajo neto sobre el cuerpo para un desplazamiento de 15 m sobre la superficie rugosa ($g = 10$ m/s^2).

   a) 200 J
   b) 190 J
   c) 180 J
   d) 160 J
   e) 120 J



6. Una fuerza F actúa sobre un cuerpo de masa de 2 kg. En el gráfico se muestra el comportamiento de dicha fuerza en función de la posición del cuerpo. Determinar la cantidad de trabajo (en *joules*) realizado por la fuerza entre las posiciones x = 0 y x = 3 m.

   a) 8 J
   b) 6 J
   c) 15 J
   d) 14 J
   e) 0 J

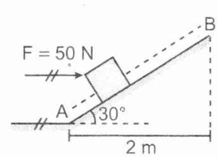


7. Una fuerza $\vec{F} = 3\hat{i} + 8\hat{j}$ actúa sobre un cuerpo durante 3 segundos, llevándolo desde el punto (3; 2) hacia el punto (8; 5). Determine el trabajo realizado sobre dicho cuerpo. La fuerza está en *newtons* y las coordenadas en metros.

   a) 11 J b) 30 J c) 39 J
   d) 40 J e) 49 J

8. Determine la cantidad de trabajo que se desarrolla mediante la fuerza constante F al trasladar el bloque de A hacia B.

   a) 50 J
   b) 60 J
   c) 80 J
   d) 90 J
   e) 100 J



9. Determinar la eficiencia que debe tener un motor que acciona un ascensor de 500 kg, si en cada minuto eleva una carga de 500 kg a una altura de 6 m y con rapidez constante, la potencia que recibe es de 2000 W. ($g = 10\ m/s^2$).

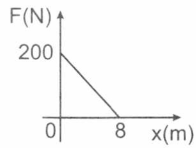
a) 50% b) 60% c) 25%
d) 80% e) 75%

10. Un bloque de 4 kg se encuentra en reposo, se levanta verticalmente con una fuerza de 48 N hasta una altura de 36 m. ¿Qué potencia desarrolló la fuerza F?

a) 188 W b) 288 W c) 388 W
d) 488 W e) 588 W

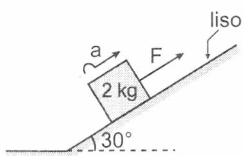
11. Si una fuerza varía con la posición del cuerpo sobre el cual actúa tal como nos muestra el gráfico. Halle el trabajo realizado por esta fuerza.

a) 800 J
b) 600 J
c) 400 J
d) 200 J
e) 100 J



12. Un bloque de 2 kg sube aceleradamente a razón de 3 m/s^2 por un plano inclinado debido a la fuerza F. Si el bloque se desplaza 8 m, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza F? No hay rozamiento. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 138 J
b) 128 J
c) 118 J
d) 108 J
e) 98 J

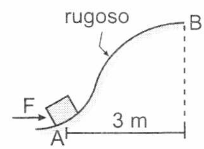


13. Debido al efecto de la fricción del aire, las gotas de lluvia caen verticalmente con una rapidez constante de 10 m/s, determine la cantidad de trabajo desarrollado por el aire sobre una gota de 0,2 g durante 10 s. ($g = 10\ m/s^2$)

a) −0,2 J b) 0,4 J c) −0,4 J
d) 0,6 J e) 0,2 J

14. El bloque mostrado de 0,5 kg es desplazado desde A hasta B desarrollándose sobre este un trabajo neto de +15 J. Considerando que $\vec{F} = 20\hat{i}$ N, hallar el trabajo que desarrolla la fuerza de rozamiento desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 30 J
b) −30 J
c) 20 J
d) −20 J
e) −50 J



15. Hallar la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida equivale al 25% de la potencia útil.

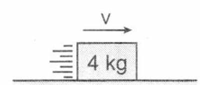
a) 80% b) 70% c) 60%
d) 50% e) 20%

16. Una fuerza $\vec{F} = 8\hat{i} + 6\hat{j}$ actúa sobre un cuerpo durante 5 s, llevándolo desde la posición (4; 3) hasta (12; 9). Determine el trabajo realizado sobre dicho cuerpo. La fuerza está en *newtons* y las coordenadas en metros.

a) 50 J b) 80 J c) 90 J
d) 100 J e) 120 J

17. ¿Qué potencia desarrolla la fuerza de rozamiento para detener el bloque de 4 kg que se movía con una rapidez de 8 m/s sobre la superficie horizontal rugosa $\mu_k = 0,2$? ($g = 10\ m/s^2$)

a) −32 W
b) + 32 W
c) −42 W
d) + 42 W
e) −50 W



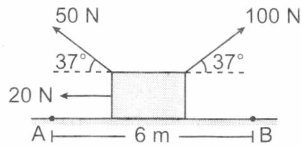
18. Si el motor de un auto requiere de 120 W para funcionar y entrega como potencia útil 90 W, determinar la eficiencia o rendimiento del motor; también, determinar la potencia perdida.

a) 75% y 30 W b) 75% y 40 W
c) 80% y 30 W d) 80% y 40 W
e) 60% y 30 W

19. El bloque mostrado se encuentra afectado por fuerzas que le permiten desplazarse desde A

hasta B. ¿Cuál es el trabajo neto que realizan las fuerzas mostradas sobre el bloque? Donde AB = 6 m.

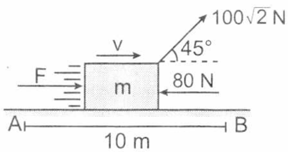
a) 504 J
b) 404 J
c) 304 J
d) 204 J
e) 104 J



20. Un motor tiene una eficiencia del 80% y se sabe que efectúa un trabajo útil de 200 J, ¿qué cantidad de trabajo se pierde en vencer ciertas resistencias?

a) 35 J b) 78 J c) 75 J
d) 70 J e) 60 J

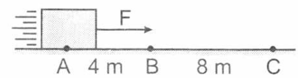
21. Un bloque de masa m se mueve según se muestra en la figura con velocidad constante, siendo F = 20 N. Determinar el trabajo neto al ir de A hasta B. Donde AB = 10 m.



a) 500 J b) 650 J c) 700 J
d) 750 J e) 800 J

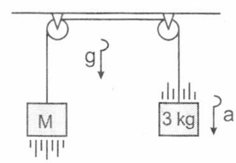
22. El bloque mostrado es arrastrado a velocidad constante sobre una superficie horizontal rugosa. Si el trabajo que se efectúa mediante $\vec{F}$ en el tramo AB es de 60 J. Determinar la cantidad de trabajo que se efectúa mediante la fricción en el tramo BC.

a) –60 J
b) –120 J
c) +120 J
d) –500 J
e) +500 J



23. El bloque de 3 kg desciende con una aceleración constante de 0,4 m/s^2. ¿Cuánto es el trabajo neto sobre dicho cuerpo durante un recorrido de 5 m? (g = 10 m/s^2).

a) –6 J
b) +6 J
c) –8 J
d) +8 J
e) –3 J



CLAVES

1. c	6. b	11. a	16. d	21. c
2. d	7. c	12. b	17. a	22. b
3. d	8. e	13. a	18. a	23. b
4. c	9. a	14. b	19. a	
5. c	10. b	15. a	20. c	

ENERGÍA

Se entiende por energía la capacidad o aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo. Debido a esto la energía de un cuerpo se medirá por el trabajo que es capaz de efectuar en condiciones determinadas.

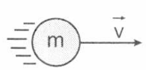
Si un cuerpo realiza trabajo su contenido energético disminuye en una cantidad equivalente al trabajo efectuado. Por el contrario, si sobre el cuerpo se realiza un trabajo su energía aumenta en la misma cantidad.

El origen de esta aptitud puede ser muy diferente de un cuerpo a otro, por lo que la energía se manifiesta de diferentes maneras a las que se denominan formas de la energía.

En mecánica interesa conocer la posición y rapidez de un cuerpo, por lo que se tienen las siguientes formas de energía mecánica:

ENERGÍA CINÉTICA (E_C)

Es la aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su velocidad. Se mide por el trabajo que habría que hacer sobre el cuerpo para que adquiera la velocidad que posee, partiendo del reposo.



$$\boxed{E_C = \frac{mv^2}{2}}$$

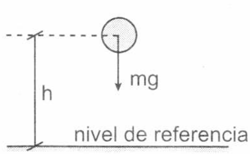
ENERGÍA POTENCIAL (E_P)

Es la aptitud que tiene un cuerpo para efectuar un trabajo en virtud de su posición o de su configuración.

Se mide por el trabajo que hay que realizar sobre el cuerpo para hacerlo pasar de la posición o configuración tipo ($E_P = 0$) a aquella en que se encuentra:

Casos:

A. Gravitatoria

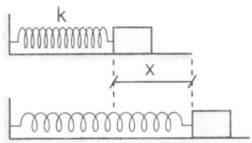


$$\boxed{E_{PG} = mgh}$$

B. Elástica

Resorte no deformado

$E_P = 0$



$$\boxed{E_{PE} = \frac{kx^2}{2}}$$

MECÁNICA (E_M)

Es la suma de la energía potencial y cinética que posee un cuerpo en un punto del recorrido que realiza.

$$\boxed{E_M = E_P + E_C}$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

El trabajo neto o total sobre una partícula es igual a la variación de su energía cinética.

$$W_{neto} = \Delta E_C = E_{C(f)} - E_{C(0)}$$

$$\boxed{W_{neto} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2}$$

FUERZAS CONSERVATIVAS

Son aquellas fuerzas cuyo trabajo entre dos posiciones no depende de la trayectoria seguida por el cuerpo; las principales fuerzas conservativas son el peso (fuerza de gravedad), las fuerzas elásticas; las fuerzas electromagnéticas.

FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Son aquellas cuyo trabajo sí depende de la trayectoria seguida por el cuerpo. Ejemplo: la fuerza de rozamiento.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA

La suma de trabajos de las fuerzas no conservativas que actúan sobre una partícula es igual a la variación de su energía mecánica.

$$\boxed{W_{FNC} = E_{M(f)} - E_{M(0)} = \Delta E_M}$$

W_{FNC}: Suma de trabajos de las fuerzas no conservativas.

Nota:

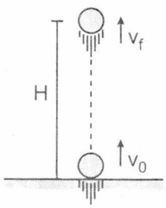
Si: $W_{FNC} = 0 \Rightarrow \boxed{E_{M(0)} = E_{M(f)}}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un cuerpo de 20 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 60 m/s, calcular a qué altura la energía cinética del cuerpo se ha reducido al 40% de la que tenía inicialmente en el lanzamiento. ($g = 10\ m/s^2$)

Resolución:

Como se trata de un movimiento de caída libre, en ascenso; se cumple:



$E_{M(f)} = E_{M(0)}$

$\Rightarrow\ E_{C(f)} + E_{P(f)} = E_{C(0)} + E_{P(0)}$

Del dato:

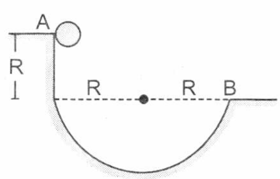
$$E_{C(f)} = \frac{40}{100}E_{C(0)} = \frac{2}{5}E_{C(0)}$$

Luego: $\frac{2}{5}E_{C(0)} + E_{P(f)} = E_{C(0)}$

$$E_{P(f)} = \frac{3}{5}E_{C(0)} \Rightarrow mgH = \frac{3}{5}m\frac{v_0^2}{2}$$

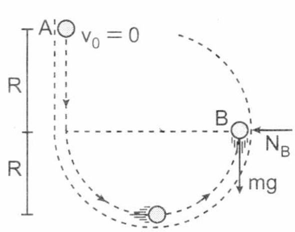
$$H = \frac{3}{10}\times\frac{(60)^2}{10} \Rightarrow H = 108\ m$$

2. Una esfera pequeña de masa m se deja en libertad en el punto A y recorre la superficie lisa que se indica en la figura; determine la reacción normal de la superficie sobre la esfera pequeña, cuando esta pase por el punto B.



Resolución:

DCL de la esfera pequeña en el punto B de la pista:



Se observa que: $N_B = F_{cp} = \dfrac{mv_B^2}{R}$ ... (1)

También entre A y B se cumple que:

$$E_{M(B)} = E_{M(A)} \Rightarrow E_{C(B)} + E_{P(B)} = E_{C(A)} + E_{P(A)}$$

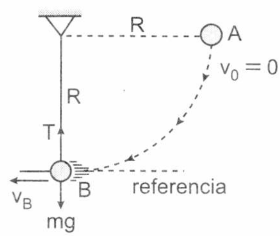
$$\frac{mv_B^2}{2} + mgR = mg(2R) \Rightarrow mv_B^2 = 2mgR$$

En (1): $N_B = \dfrac{2mgR}{R} = 2mg$

3. Si la esfera de 20 N de peso se deja en libertad en la posición mostrada determine la tensión en la cuerda cuando la esferita pase por la posición más baja de su trayectoria.

Resolución:

Ubicando en la figura a la esferita en la posición inicial y la más baja, se tiene:



Del DCL se observa que en el punto B:

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \Rightarrow T - mg = \frac{mv_B^2}{R} \text{ ... (1)}$$

Además entre A y B: $E_{M(B)} = E_{M(A)}$

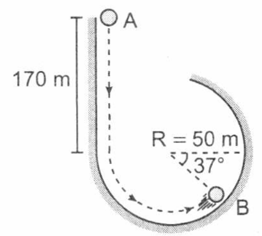
$$E_{C(B)} + E_{P(B)} = E_{C(A)} + E_{P(A)}$$

$$\frac{mv_B^2}{2} = mgR \Rightarrow mv_B^2 = 2mgR$$

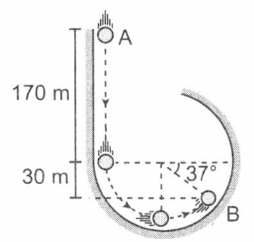
Luego en (1): $T = mg + \dfrac{2mgR}{R}$

$\Rightarrow T = 3mg = 60\ N$

4. Una esfera pequeña se deja en libertad en el punto A y luego desliza por la pista sin rozamiento que se indica en la figura. Determine con qué velocidad pasa por el punto B. ($g = 10\ m/s^2$)



Resolución:



Como no existen asperezas, entonces se cumple que: $E_{M(B)} = E_{M(A)}$

$E_{C(B)} + E_{P(B)} = E_{C(A)} + E_{P(A)}$

$\frac{mv_B^2}{2} = mgH \Rightarrow v_B = \sqrt{2gH}$

Luego: $v_B = \sqrt{2(10)200} \Rightarrow v_B = 20\sqrt{10}$ m/s

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
   I. La energía cinética depende de la masa de un cuerpo y de su rapidez: $E_C = \frac{1}{2}mv$
   II. La energía potencial gravitatoria equivale al trabajo que realiza el peso al caer de una altura H: $E_{PG} = mgH$
   III. La energía potencial elástica está asociada a los materiales elásticos cuando están estirados o comprimidos.
   IV. La capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo y transmitir movimiento se denomina energía mecánica.

   a) VVFV b) FFVV c) FFFV
   d) FFFF e) FVVV

2. La energía mecánica de la esfera en el punto A es 300 J; si en el punto B la energía cinética es 120 J, ¿cuál es su energía potencial en el punto B?

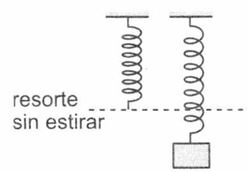
   a) 175 J
   b) 180 J
   c) 190 J
   d) 193 J
   e) 195 J

3. Un bloque de 20 kg se encuentra a 20 m de altura del pozo sobre una columna. Halle la energía potencial del bloque. ($g = 10$ m/s^2).

   a) 4 kJ b) 2 kJ c) 5 kJ
   d) 3 kJ e) 1 kJ

4. Un bloque de 50 kg cuelga de un resorte ($k = 500$ N/m), tal como se muestra. Determinar la energía potencial elástica. ($g = 10$ m/s^2)

   a) 240 J
   b) 250 J
   c) 260 J
   d) 270 J
   e) 280 J



5. Un objeto cae hasta el suelo, determinar la energía cinética del objeto de 4 kg en el instante que pasa con una velocidad de 10 m/s.

   a) 200 J b) 220 J c) 250 J
   d) 210 J e) 230 J

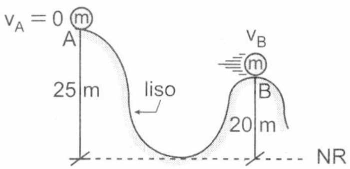
6. Un bloque de 4 kg de masa, que descansa sobre un piso liso es afectado por una fuerza $F = 40$ N, horizontal y constante. ¿Cuál será la energía cinética del bloque al cabo de un tiempo $t = 3$ s?

   a) 1,8 kJ b) 1,6 kJ c) 1,5 kJ
   d) 1,9 kJ e) 1,7 kJ

7. ¿Qué trabajo neto hay que realizar para que un cuerpo de 10 kg de masa aumente su velocidad de 2 m/s a 8 m/s?

   a) 280 J b) 300 J c) 350 J
   d) 290 J e) 320 J

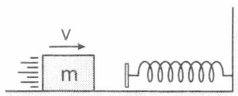
8. En la figura mostrada, hallar la velocidad en el punto B. No hay rozamiento.



a) 10 m/s b) 11 m/s c) 13 m/s
d) 18 m/s e) 19 m/s

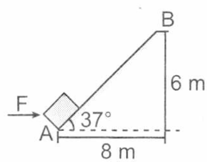
9. Se impulsa el bloque de 2 kg con velocidad v = 30 m/s (y el piso es liso). Determinar la máxima deformación del resorte donde k = 200 N/m.

a) 1 m
b) 2 m
c) 3 m
d) 4 m
e) 5 m



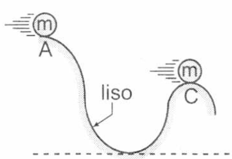
10. Calcular el trabajo que realiza la fuerza F para llevar al bloque de 2 kg desde la posición mostrada hasta la parte más alta del plano, si partió del reposo y llegó con una velocidad de 5 m/s. No hay rozamiento.

a) 140 J
b) 145 J
c) 148 J
d) 150 J
e) 160 J



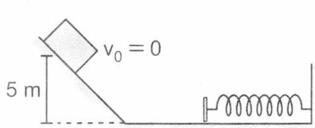
11. En la figura dada, hallar el trabajo neto realizado sobre el bloque desde A hacia C; velocidad en C es de 15 m/s, velocidad en A es de 10 m/s, m = 2 kg.

a) 120 J
b) 122 J
c) 125 J
d) 130 J
e) 150 J



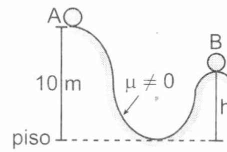
12. Determinar la deformación máxima del resorte; la masa del bloque es de 1 kg; k = 400 N/m. No hay rozamiento. ($g = 10$ m/s^2)

a) 0,8 m
b) 0,6 m
c) 0,5 m
d) 0,4 m
e) 0,2 m



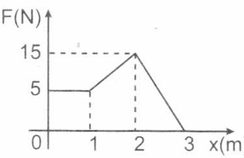
13. Hasta qué altura ascenderá la esfera de 1 kg respecto del piso, si el trabajo de la fuerza de rozamiento sobre la esfera en el tramo áspero AB es de −30 J. ($g = 10$ m/s^2). La rapidez en A es 10 m/s^2

a) 10 m
b) 11 m
c) 12 m
d) 13 m
e) 14 m



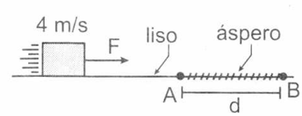
14. La fuerza resultante horizontal que actúa sobre un cuerpo que se desplaza sobre el eje x varía de acuerdo al gráfico. Determine su energía cinética en x = 3 cm. Si en x = 0 tiene 7,5 J de energía cinética.

a) 30 J
b) 35 J
c) 25 J
d) 20 J
e) 40 J



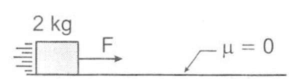
15. Si el pequeño ladrillo sale de la superficie horizontal áspera con la mitad de la rapidez con la cual ingresó. Determine d, considere $\mu_k = 0,2$ y $g = 10$ m/s^2.

a) 1 m
b) 2 m
c) 3 m
d) 4 m
e) 5 m



16. ¿Qué trabajo realiza la fuerza (F) que es constante para que el bloque mostrado cambie su velocidad de 3 m/s a 8 m/s?

a) 50 J
b) 55 J
c) 60 J
d) 65 J
e) 75 J

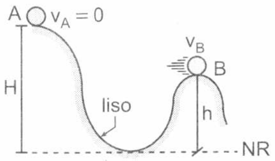


17. Un joven de 54 kg se encuentra a 30 m del piso en una ventana de un edificio. Determinar cuál es su energía potencial en ese instante.

a) 16,2 kJ b) 16,6 kJ c) 17,2 kJ
d) 16,4 kJ e) 16,8 kJ

18. En la figura, hallar la velocidad de la esfera en el punto B, si sale del reposo en A.

a) $\sqrt{2g(H-h)}$
b) $\sqrt{2g(H+h)}$
c) $\sqrt{g(H+h)}$
d) $\sqrt{3g(H-h)}$
e) $\sqrt{3g(H+h)}$

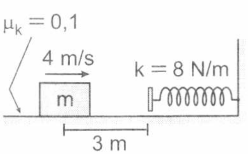


19. Un jugador de fútbol patea una pelota que inicialmente se encontraba en reposo comunicándole una rapidez de 50 m/s. Si se eleva una altura máxima de 80 m, determine la velocidad de la pelota en la altura máxima. Considere un movimiento parabólico. ($g = 10\ m/s^2$).

a) 10 m/s b) 30 m/s c) 25 m/s
d) 20 m/s e) 40 m/s

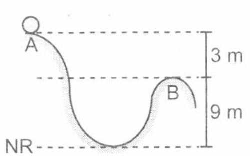
20. Se muestra el lanzamiento con rapidez de 4 m/s, de un bloque de 1 kg, sobre una superficie áspera, ¿cuánto como máximo avanzará el bloque hacia la derecha?

a) 3 m
b) 4 m
c) 4,5 m
d) 3,5 m
e) 5,5 m



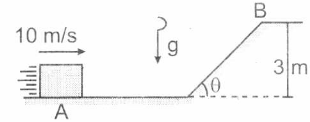
21. Qué trabajo realiza la fuerza de rozamiento sobre el bloque de 100 kg, cuando este se desliza a través de la superficie curva partiendo del reposo de A y llegando al reposo en B. ($g = 10\ m/s^2$).

a) 3 kJ
b) −3 kJ
c) 4 kJ
d) −4 kJ
e) −5 kJ



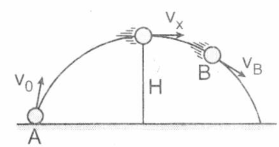
22. Cuando lanzamos con rapidez de 10 m/s un ladrillo de 0,5 kg, tal como se muestra, notamos que solamente llega hasta B. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de rozamiento sobre dicho ladrillo? ($g = 10\ m/s^2$)

a) −10 J
b) −12 J
c) −15 J
d) −18 J
e) −20 J



23. Un proyectil se lanza con una v_0. Hallar la velocidad horizontal en el punto B. Desprecie la resistencia del aire. (H es altura máxima). Si: $K = \sqrt{v_0 - 2gH}$

a) K
b) 2K
c) 3K
d) 5K
e) K/2



24. Por efecto del rozamiento la velocidad de una teja que se desliza sobre un piso rugoso horizontal disminuye de 20 m/s a 10 m/s en un recorrido de 50 m. Halle el coeficiente de rozamiento cinético. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0,1 b) 0,3 c) 0,5
d) 0,2 e) 0,4

25. Si el trabajo resultante sobre un bloque de 12 kg a lo largo de una trayectoria horizontal es 288 J y además se sabe que para dicho tramo duplica su rapidez. ¿Qué rapidez final adquiere?

a) 2 m/s b) 6 m/s c) 8 m/s
d) 4 m/s e) 10 m/s

CLAVES

1. e	6. a	11. c	16. b	21. b
2. b	7. b	12. c	17. a	22. a
3. a	8. a	13. c	18. a	23. a
4. b	9. c	14. a	19. b	24. b
5. a	10. b	15. c	20. b	25. c

HIDROSTÁTICA Y CALORIMETRÍA

ESTÁTICA DE FLUIDOS

Es la parte de la mecánica de fluidos que estudia el comportamiento y los efectos que origina los fluidos en reposo.

A su vez, la estática de fluidos se divide en:

I. **Hidrostática:** estudia a los líquidos en reposo.

II. **Neumostática:** estudia a los gases en reposo.

FLUIDO

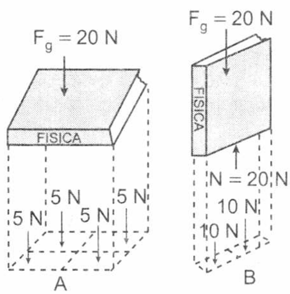
Es toda sustancia capaz de fluir, en particular, un líquido o un gas cualquiera. Una de las propiedades más importantes es la de ejercer y transmitir presión en toda dirección.

PRESIÓN

Para explicarlo, consideremos la siguiente situación. Si ponemos un libro sobre una mesa, no importa cómo lo coloquemos –ya sea en posición horizontal o vertical– la fuerza que ejerce el libro sobre la mesa es la misma.

Ahora pongamos el libro sobre la palma de nuestra mano de las dos maneras indicadas anteriormente. A pesar de que la fuerza es la misma, observaremos que el libro presiona la palma de la mano con mayor intensidad en el caso B que en A.

Para aclarar ideas, supongamos que el libro pesa 20 N.



Notemos que en el caso B la fuerza de 20 N se distribuye sobre una menor superficie.

Para caracterizar la acción de una fuerza normal sobre una superficie se utiliza una magnitud física denominada presión (P).

$$\boxed{P = \frac{F_N}{A}}$$

F_N: fuerza normal a la superficie.
A: área de la superficie.

Unidad en el SI: $\frac{N}{m^2}$ = Pascal (Pa)

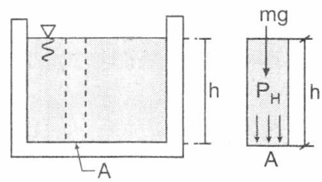
Las unidades de presión atmosférica más usadas son:

$$1 \text{ atm} = 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa} = 76 \text{ cmHg}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

PRESIÓN DE UN LÍQUIDO EN REPOSO (PRESIÓN HIDROSTÁTICA)

Consideremos un recipiente que contiene un líquido de densidad ρ_L.



Observamos que la columna del líquido ejerce una presión sobre la superficie de área A debido a su peso, esto es:

$$P_H = \frac{F_N}{A}; \text{ pero: } F_N = mg$$

$$P_H = \frac{mg}{A} = \frac{(\rho_L V)g}{A} = \frac{\rho_L (Ah)g}{A}$$

$$\boxed{P_H = \rho_L gh}$$

ρ_L: densidad del líquido (kg/m^3)
h: profundidad (m)

Otra manera útil de expresar la ecuación anterior es la siguiente:

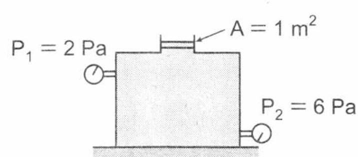
Como: $\gamma = \frac{W}{V} \Rightarrow \gamma = \rho g$

$$\Rightarrow \boxed{P_H = \gamma_L h}$$

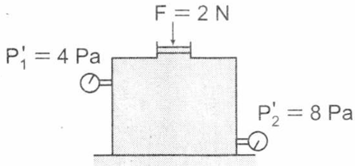
γ_L: peso específico del líquido (N/m^3)

PRINCIPIO DE PASCAL

En la figura adjunta se muestra un líquido dentro de un recipiente provisto de un pistón al cual podemos aplicar cualquier presión externa.



Si ahora aplicamos sobre el émbolo una fuerza de 2 N observamos que:



La presión ejercida por la fuerza de 2 N sobre el líquido es:

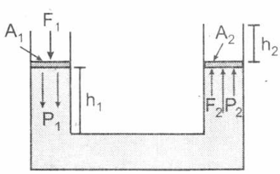
$$P = \frac{F}{A} = \frac{2\ \text{N}}{1\ \text{m}^2} = 2\,\text{Pa}$$

Que justamente es igual a la variación de la presión en las dos lecturas: ($P_1' - P_1$ y $P_2' - P_2$)

El principio de Pascal establece que: "El fluido (gas o líquido) transmite la presión que se les ejerce en todas las direcciones y con igual valor".

PRENSA HIDRÁULICA

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{h_2}{h_1}}$$



Al ejercer sobre el pistón de área A_1 una fuerza F_1 este transmite al líquido una presión P_1 dada por:

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

Luego, el líquido le transmite al pistón de área A_2 una presión P_2 dada por:

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

Pero, de acuerdo al principio de Pascal.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

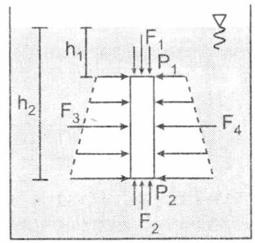
De donde: $\boxed{F_2 = F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right)}$

De acuerdo a este resultado, si $A_2 > A_1$, entonces $F_2 > F_1$. Luego, en este caso, la prensa hidráulica multiplica la fuerza.

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Si colocamos un bloque de madera sobre un recipiente lleno de agua, observaremos que este flota. ¿Cómo se puede explicar esto?

Consideremos un cuerpo en forma de paralelepípedo sumergido dentro de un líquido de densidad ρ_L tal como se muestra.



Las fuerzas que actúan en las caras laterales son iguales y se equilibran, es decir, $F_3 = F_4$. Por el efecto de estas fuerzas el cuerpo solo se comprime.

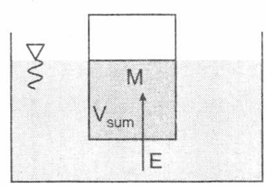
En la vertical, como $P_2 > P_1$ entonces $F_2 > F_1$, por esta razón el cuerpo es empujado por una fuerza resultante $F_2 - F_1$ a la cual se denomina empuje hidrostático (E).

$E = F_2 - F_1$

$E = P_2A - P_1A = (P_2 - P_1)A = (\rho_L g h_2 - \rho_L g h_1)A$

$E = \rho_L g(h_2 - h_1)A \Rightarrow E = \rho_L\, gV_{sum}$

Generalizando este resultado



$$\boxed{E = \rho_L g V_{sum}}$$

Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una fuerza resultante vertical y dirigida hacia arriba denominada empuje y actúa en el centro de gravedad de la parte sumergida (M). Esto es lo que establece el principio de Arquímedes.

Si el cuerpo está totalmente sumergido:

$V_{sumergido} = V_{cuerpo} \Rightarrow \boxed{E = \rho_L g V_{cuerpo}}$

Generalizando este resultado para sistemas acelerados, observamos que la magnitud del empuje depende de la gravedad efectiva que afecta al fluido.

$$\boxed{E = \rho_L |\vec{g}_{ef}| V_{sum}}$$

donde: $\vec{g}_{ef} = \vec{g} - \vec{a}$

$\vec{a}$: aceleración del sistema

Casos particulares

- Si el sistema acelera hacia arriba verticalmente con aceleración a $\Rightarrow |\vec{g}_{ef}| = g + a$. Por lo tanto:

$$\boxed{E = \rho_L (g + a) V_{sum}}$$

- Si el sistema acelera hacia la derecha horizontalmente con aceleración a, entonces:

  $g_{ef} = \sqrt{g^2 + a^2}$

  Por lo tanto:

$$\boxed{E = \rho_L \left(\sqrt{g^2 + a^2}\right) V_{sum}}$$

- Se define el peso aparente de un cuerpo como la diferencia entre el peso real y el empuje que experimenta dicho cuerpo cuando se sumerge en un líquido de densidad ρ_L. Es decir:

$$\boxed{W_{aparente} = W_{real} - E}$$

  Podemos expresar esta ecuación de una forma diferente considerando la densidad del cuerpo como ρ_C y volumen V, tenemos que:

$$W_{real} = mg = \rho_C V g$$

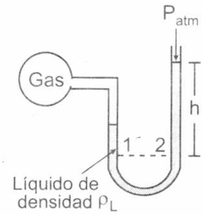
  además: $E = \rho_L gV$

$$P_{aparente} = \rho_C Vg - \rho_L gV = \rho_C Vg\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_C}\right)$$

$$\boxed{W_{aparente} = W_{real}\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_C}\right)}$$

Observaciones:

1. **Manómetro:** es aquel instrumento que se utiliza para medir la presión de un gas encerrado en él.



Como todos los puntos pertenecientes a una isóbara están sometidos a la misma presión, entonces: $P_1 = P_2$

$$\boxed{P_{gas} = P_{atm} + \rho_L gh}$$

2. El principio de Arquímedes también es válido cuando un cuerpo está sumergido en forma parcial o total en un gas. En este caso:

$$\boxed{E = \rho_{gas} g V_{sum}}$$

CALOR CON CAMBIO DE FASE

Se encarga del estudio de la medida del calor transferido en los fenómenos térmicos.

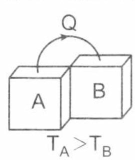
TEMPERATURA (T)

Magnitud física escalar que mide el grado de agitación molecular en un cuerpo. Sirve para clasificar a los cuerpos como calientes, templados y fríos.

Unidades: °C; °F; K

CALOR (Q)

Energía que se transfiere de un cuerpo a otro debido a que poseen diferentes temperaturas, el calor se transfiere de mayor a menor temperatura.



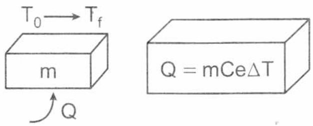
Unidades: caloría (cal)
kilocaloría (kcal)
joule (J)

Equivalencias: 1 kcal = 1000 cal
1 cal = 4,186 J
1 J = 0,24 cal

TRANSFERENCIA DE CALOR

1. Por conducción: metales especialmente.
2. Por convección: fluidos (líquidos y gases).
3. Por radiación: radiación infrarroja.

Calor sensible (Q). Calor transferido hacia un cuerpo o por el cuerpo, el cual solo produce un cambio en su temperatura.



Donde:
m: masa (g; kg)
$\Delta T = T_f - T_0$: variación de temperatura (°C)
Ce: calor específico del material

Calor específico (Ce). Propiedad térmica de las sustancias que nos indica la cantidad de calor que se debe transferir o debe transferir la unidad de masa de la sustancia para que su temperatura incremente o disminuya en un grado.

$$\text{Ce (hielo)} = 0{,}5\ \frac{\text{cal}}{\text{g}\,.\,°\text{C}} = 0{,}5\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\,.\,°\text{C}}$$

$$\text{Ce (agua)} = 1\ \frac{\text{cal}}{\text{g}\,.\,°\text{C}} = 1\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\,.\,°\text{C}}$$

$$\text{Ce (vapor de agua)} = 0{,}5\ \frac{\text{cal}}{\text{g}\,.\,°\text{C}} = 0{,}5\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}\,.\,°\text{C}}$$

LEY DEL EQUILIBRIO TÉRMICO

Si en un recipiente aislado térmicamente se efectúa la mezcla de dos o más cuerpos a diferentes temperaturas, se producirá transferencia de calor, la cual culminará cuando el sistema alcance el equilibrio térmico, cumpliéndose la siguiente relación:

$$\boxed{\Sigma Q_{\text{ganados}} = \Sigma Q_{\text{perdidos}}}$$

Observaciones:

- Mezcla de sustancias iguales sin cambio de fase:

$$\boxed{T_{eq} = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2}}$$

T_{eq}: temperatura de equilibrio

- Mezcla de sustancias distintas sin cambio de fase.

$$\boxed{T_{eq} = \frac{m_1Ce_1T_1 + m_2Ce_2T_2}{m_1Ce_1 + m_2Ce_2}}$$

CAMBIOS DE FASE O DE ESTADO FÍSICO

Existen principalmente tres fases: sólido, líquido y gaseoso.

Todo cambio de fase se realiza a cierta presión y temperatura las cuales permanecen constantes mientras se produzca dicho cambio. Cuando la sustancia está en condiciones de cambiar de fase (temperatura de cambio de fase) dicho cambio se puede producir por ganancia o pérdida de calor de la sustancia.

La fusión y vaporización (ebullición) se producen por ganancia de calor. La solidificación y condensación por pérdida de calor. El calor en el cambio de fase realiza un reordenamiento molecular de la sustancia. La temperatura de cambio de fase solo se altera si se modifica la presión a la cual está sometida la sustancia.

Para el agua. A la presión de una atmósfera sus temperaturas de cambio de fase son:

$$T_{\text{fusión}} = T_{\text{solidificación}} = 0\ °\text{C}$$

$$T_{\text{vaporización}} = T_{\text{condensación}} = 100\ °\text{C}$$

CALOR GANADO O PERDIDO EN EL CAMBIO DE FASE (Q)

$$\boxed{Q = mL}$$

m: masa que cambia de fase
L: calor latente

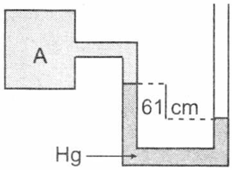
Para el agua (P = 1 atm)

$$L_{\text{fusión}} = L_{\text{solidificación}} = 80\ \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

$$L_{\text{vaporización}} = L_{\text{condensación}} = 540\ \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

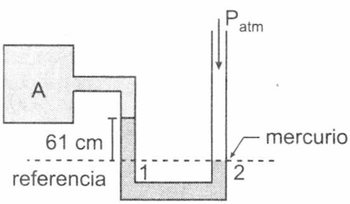
EJERCICIOS RESUELTOS

1. Hallar la presión del gas A encerrado en el recipiente que se muestra en la figura:



Resolución

Piden que se determine la presión absoluta del gas A en el manómetro:



Del nivel de referencia:

$P_{abs\,(1)} = P_{abs\,(2)}$

$P_{gas\,(1)} + \gamma_{Hg}h = P_{atm}$

$P_{gas} + \gamma_{Hg}(61) = 1{,}033$

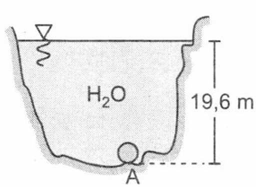
Pero:

$1{,}033\ gf/cm^2 = \gamma_{Hg}(76)$

$P_{gas} = 76\gamma_{Hg} - 61\gamma_{Hg}$

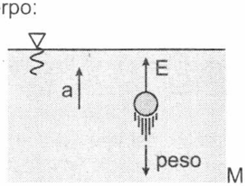
$P_{gas} = 15\gamma_{Hg} <> 15$ cm de Hg

2. ¿Qué tiempo empleará un cuerpo de 8 kg de masa y densidad 0,8 g/cm^3 en llegar a la superficie libre del agua, si se deja en libertad en el punto A?



Resolución:

En primer lugar se determina la aceleración del cuerpo:



$F_R = ma \Rightarrow E - W = ma$

$\gamma_{H_2O}V_{cuerpo} - g_{cuerpo}V_{cuerpo} = ma$

Pero: $\gamma = \frac{W}{V} \Rightarrow V = \frac{W}{\gamma}$

Luego:

$$\gamma_{H_2O}\frac{mg}{\gamma_{cuerpo}} - \gamma_{cuerpo}\frac{mg}{\gamma_{cuerpo}} = ma$$

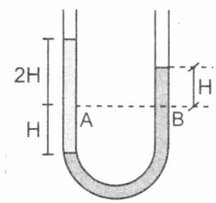
$$\Rightarrow \left(\frac{1}{0{,}8} - 1\right)9{,}8 = a \Rightarrow a = 2{,}45\ m/s^2$$

Finalmente como la $v_0 = 0$:

$$d = \frac{at^2}{2} \Rightarrow 19{,}6 = \frac{2{,}45}{2}t^2$$

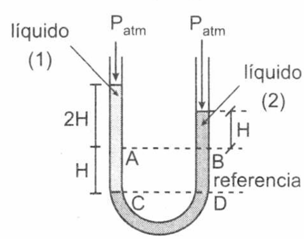
$$\therefore\ t = \sqrt{16} = 4\ s$$

3. Dos líquidos no miscibles están en equilibrio en el tubo en U que se muestra. Determine la relación entre las presiones hidrostáticas en los puntos A y B?



Resolución:

Se observa que los puntos A y B se encuentran en diferentes líquidos:



Piden determinar:

$$\frac{P_{H(A)}}{P_{H(B)}} = \frac{\gamma_1 2H}{\gamma_2 H} = \frac{2\gamma_1}{\gamma_2} \qquad \ldots (1)$$

Ahora se aprovecha la horizontal de referencia:

$P_{abs(C)} = P_{abs(D)} \Rightarrow P_{H(C)} = P_{H(D)}$

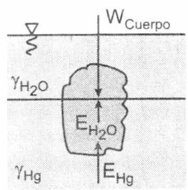
$$\gamma_1(3H) = \gamma_2(2H) \Rightarrow \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{2}{3}$$

Finalmente en (1): $\dfrac{P_{H(A)}}{P_{H(B)}} = 2\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{4}{3}$

4. Un cuerpo flota en equilibrio en un recipiente que contiene agua y mercurio; se sabe que el 20% de su volumen se encuentra en el agua y el resto en el mercurio.
Determine el peso específico del cuerpo.
(g = 10 m/s)

Resolución:

En este caso se considera que cada líquido ejerce su propio empuje, independientemente del otro líquido:



Del equilibrio se deduce:

$W_{cuerpo} = E_{H_2O} + E_{Hg}$

Pero: $\gamma = \dfrac{W}{V} \Rightarrow W = \gamma V$

Luego:

$$\gamma_{cuerpo}V_{cuerpo} = \gamma_{H_2O}\left(\frac{20}{100}\right)V_{cuerpo} + \gamma_{Hg}\left(\frac{80}{100}\right)V_{cuerpo}$$

$$\gamma_{cuerpo} = 1\left(\frac{2}{10}\right) + 13,6\left(\frac{8}{10}\right)$$

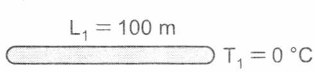
$$\gamma_{cuerpo} = 11,08 \text{ gf/cm}^3$$

5. Un tubo de hierro para conducir vapor tiene 100 m de longitud a 0 °C. ¿En cuánto aumentará su longitud si se calienta hasta alcanzar 10 °C?

$\left(\alpha_{Fe} = 10^{-5}\dfrac{1}{°C}\right)$

Resolución:

En el estado inicial:



Se cumple que: $\Delta L = \alpha L_0\,\Delta T$

$\Delta L = 10^{-5} \times 100 \times 10 = 10^{-2}$ m

$\Delta L = 10^{-2} \times 10^3$ mm $=$ 10 mm

6. Dos varillas A y B miden 25,005 cm y 25,0025 cm, respectivamente, a la temperatura de 0 °C. ¿Hasta qué temperatura deberán ser calentadas ambas varillas para que tengan la misma longitud?
($\alpha_A = 2 \times 10^{-5}$ 1/°C y $\alpha_B = 4 \times 10^{-5}$ 1/°C)

Resolución:

De la condición del problema se tiene:

$L_{f(A)} = L_{f(B)}$

$L_{0(A)} + \alpha_A L_{0(A)}\Delta T = L_{0(B)} + \alpha_B L_{0(B)}\Delta T$

Reemplazando valores:

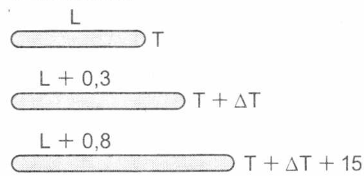
$$25,005 + 2 \times 10^{-5} \times 25,005 \times \Delta T = 25,0025 + 4 \times 10^{-5} \times 25,005 \times \Delta T$$

$25 \times 10^{-4} = 50 \times 10^{-5} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 5$ °C

$\Delta T = T_f - 0 = 5 \Rightarrow T_f = 5$ °C

7. Cuál es el cambio de temperatura que ha ocasionado un aumento de 0,3 cm de longitud en una varilla, si se sabe que al aumentar la temperatura en 15 °C adicionales, la varilla se dilata 0,8 cm en total.

Resolución:



Se sabe que: $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$

$0,3 = \alpha L\,\Delta T$ ... (1)

$0,8 = \alpha L(\Delta T + 15)$ ... (2)

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{0,3}{0,8} = \frac{\alpha L \Delta T}{\alpha L(\Delta T + 15)} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{\Delta T}{\Delta T + 15}$$

Resolviendo: $\Delta T = 9$ °C

8. Determine el coeficiente de dilatación lineal de un sólido del cual se sabe que si su temperatura aumenta en 50 °C, entonces su densidad disminuye en el 12%.

Resolución:

Se sabe que para la variación de la densidad de un cuerpo se cumple que: $\rho_F = \dfrac{m}{V_f}$

$$\rho_f = \frac{m}{V_0(1 + \gamma\Delta T)} = \frac{\rho_0}{(1 + \gamma\Delta T)}$$

Del dato: $\rho_f = \rho_0 - \dfrac{12}{100}\rho_0 = \dfrac{88}{100}\rho_0$

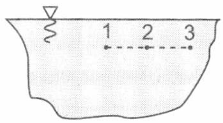
$$\Rightarrow \frac{88\rho_0}{100} = \frac{\rho_0}{(1+\gamma\Delta T)} \Rightarrow 1 + 50\gamma = 100/88$$

$$50\gamma = 12/88 \Rightarrow \gamma = 27 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 27 \times 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 9 \times 10^{-4}\ 1/°C$$

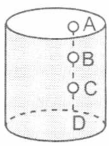
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el gráfico mostrado, ¿en qué posición 1; 2 o 3 se experimenta mayor presión?



a) En 1
b) En 2
c) En 3
d) En 1 y 2
e) Igual en los tres puntos.

2. Una esfera de hierro se suelta sobre la superficie del agua. Con relación al empuje sobre la esfera podemos decir que:

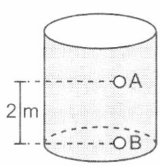


a) En A es mayor.
b) Es mayor en B que en C
c) Es mayor en C que en D
d) Es mayor en D que en C
e) Es igual en B; C y D.

3. La presión atmosférica en la superficie de un lago es 80 000 Pa. Hallar la presión total en el fondo de un lago de 10 m de profundidad. ($g = 10\ m/s^2$)

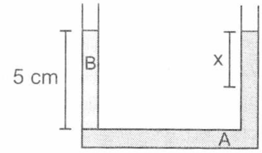
a) 180 kPa b) 100 kPa c) 80 kPa
d) 10 kPa e) 5 kPa

4. Hallar la diferencia de presiones entre los puntos A y B del líquido de densidad 800 kg/m^3. ($g = 10\ m/s^2$).



a) 8 kPa
b) 10 kPa
c) 16 kPa
d) 20 kPa
e) 25 kPa

5. El tubo en U mostrado contiene líquidos no miscibles en reposo, hallar el valor de x. ($g = 10\ m/s^2$; $\rho_A = 1000\ kg/m^3$; $\rho_B = 600\ kg/m^3$)

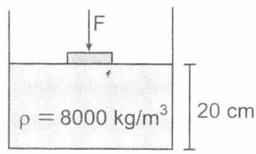


a) 1 cm
b) 2 cm
c) 3 cm
d) 4 cm
e) 5 cm

6. Los émbolos de una prensa hidráulica tienen 10 cm y 100 cm de diámetro. Si al émbolo se le aplica una fuerza de 20 N, calcular la fuerza que se desarrolla en el émbolo mayor.

a) 1000 N b) 2000 N c) 3000 N
d) 4000 N e) 5000 N

7. La presión ejercida a través del émbolo sobre la superficie superior del líquido es de 2×10^4 Pa, hallar la presión en el fondo. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 21,6 kPa
b) 2,16 kPa
c) 216 kPa
d) 216 Pa
e) $21{,}6 \times 10^4$ Pa

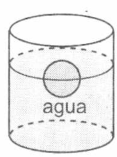
8. Un cuerpo de 3 m^3 se sumerge totalmente en agua. ¿Qué empuje experimenta dicho cuerpo? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 10 kN b) 20 kN c) 30 kN
d) 40 kN e) 50 kN

9. Un cuerpo pesa 70 N en el aire y sumergido totalmente en un líquido x pesa 50 N. Hallar el empuje que experimenta el cuerpo.

a) 20 N b) 30 N c) 40 N
d) 50 N e) 25 N

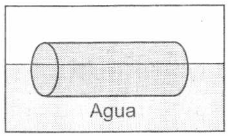
10. Una esfera se encuentra sumergida hasta la mitad en agua. Hallar la densidad del material de la esfera.



a) 0,5 g/cm^3
b) 0,6 g/cm^3
c) 0,7 g/cm^3
d) 0,4 g/cm^3
e) 0,8 g/cm^3

11. Un tronco de pino en forma de cilindro recto flota en agua con 1/4 de su volumen fuera de ella. ¿Cuánto vale la densidad de dicho tronco?

a) 0,25 g/cm^3
b) 0,75 g/cm^3
c) 0,8 g/cm^3
d) 2 g/cm^3
e) 0,62 g/cm^3

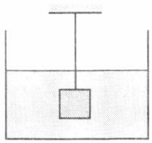


12. Un cuerpo pesa 90 N en el aire y sumergido totalmente en agua pesa 80 N. Determinar la densidad en kg/m^3 del cuerpo. ($g = 10$ m/s^2).

a) 3000 b) 4000 c) 7000
d) 8000 e) 9000

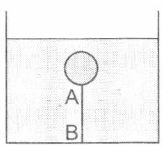
13. Hallar la tensión en la cuerda, si la masa del bloque es 10 kg y la densidad es de 2 g/cm^3, cuando está sumergido en agua. ($g = 10$ m/s^2)

a) 20 N
b) 40 N
c) 50 N
d) 80 N
e) 100 N



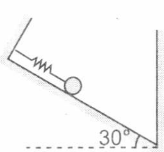
14. La figura muestra una esfera de volumen 2 L y densidad 400 kg/m^3 sumergido totalmente en el agua por acción de la cuerda AB. Hallar la tensión de la cuerda. ($g = 10$ m/s^2)

a) 10 N
b) 11 N
c) 12 N
d) 13 N
e) 14 N



15. La figura muestra una esfera de volumen 0,002 m^3 y densidad 1600 kg/m^3, sumergido en agua. Determinar la deformación del resorte ($k = 100$ N/m); ($g = 10$ m/s^2).

a) 2 cm
b) 4 cm
c) 6 cm
d) 8 cm
e) 7 cm



16. ¿Cuánto debe ascender un cuerpo dentro de un líquido de densidad 150 kg/m^3 para que la presión se reduzca a la quinta parte, si donde se encuentra la presión es 15 000 Pa? ($g = 10$ m/s^2)

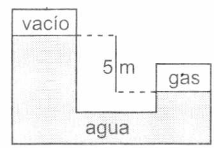
a) 6 m b) 8 m c) 10 m
d) 12 m e) 15 m

17. ¿Cuál debe ser la relación de los diámetros de los émbolos de una prensa hidráulica, para que con una fuerza de 50 N se levante un peso de 4050 N?

a) 1/9 b) 1/3 c) 1/4
d) 1/5 e) 1/12

18. En el sistema mostrado, determinar la presión del gas. $\rho_{H_2O} = 1000$ kg/m^3; $g = 10$ m/s^2.

a) 10 kPa
b) 20 kPa
c) 30 kPa
d) 40 kPa
e) 50 kPa



19. Un cuerpo de 2 m^3 se sumerge en agua completamente. ¿Qué volumen de agua desaloja dicho cuerpo?

a) 1 m^3 b) 2 m^3 c) 3 m^3
d) 4 m^3 e) 5 m^3

20. Un cuerpo tiene un volumen de 0,005 m^3 y se encuentra sumergido totalmente en agua. Hallar el empuje. ($g = 10$ m/s^2)

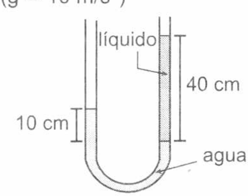
a) 10 N b) 20 N c) 30 N
d) 40 N e) 50 N

21. Calcular la densidad de un cuerpo, si el 25% de su volumen se encuentra libre en el agua, en g/cm^3.

a) 0,2 b) 0,4 c) 0,6
d) 0,75 e) 0,8

22. El sistema está en equilibrio, ¿cuál es la densidad del líquido? ($g = 10$ m/s^2)

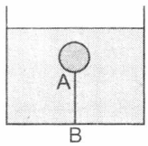
a) 200 kg/m^3
b) 250 kg/m^3
c) 300 kg/m^3
d) 350 kg/m^3
e) 400 kg/m^3



23. En una prensa hidráulica que contiene un líquido incomprensible, la razón de los diámetros de los émbolos es de 1/3. ¿Qué fuerza se obtiene sobre el émbolo menor cuando se aplica una fuerza F sobre el émbolo mayor?

a) F/9 b) F/3 c) 5F
d) 6F e) 9F

24. La esfera hidráulica mostrada de 20 kg y 0,02 m^3 está atada al fondo de un tanque que contiene un líquido de densidad 1500 kg/m^3. Hallar la tensión del cable. ($g = 10\ m/s^2$).



a) 100 N b) 200 N c) 1000 N
d) 10 N e) 2000 N

25. En el fondo de un lago se abandona una esfera de densidad 500 kg/m^3. Si demora en llegar a la superficie libre del agua un tiempo de 2 s, ¿qué profundidad tiene el lago? ($g = 10\ m/s^2$).

a) 10 m b) 15 m c) 20 m
d) 25 m e) 30 m

CLAVES

1. e	6. b	11. a	16. b	21. d
2. e	7. a	12. e	17. a	22. b
3. a	8. c	13. c	18. e	23. a
4. c	9. a	14. c	19. b	24. a
5. b	10. a	15. b	20. e	25. c

TERMODINÁMICA

La termodinámica trata acerca de la transformación de energía térmica en energía mecánica y el proceso inverso, la conversión de trabajo en calor. Puesto que casi toda la energía disponible de la materia prima se libera en forma de calor, resulta fácil advertir por qué la termodinámica juega un papel tan importante en la ciencia y la tecnología.

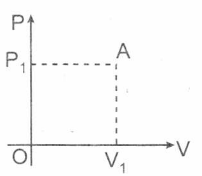
En este capítulo se estudiarán dos leyes básicas que deben obedecerse cuando se utiliza energía térmica para realizar trabajo. La primera ley es simplemente volver a postular el principio de la conservación de la energía. La segunda ley impone restricciones sobre el uso eficiente de la energía disponible.

SISTEMA TERMODINÁMICO

Es aquella porción de materia que puede considerarse limitada por una superficie cerrada real o imaginaria. La región no incluida en el sistema constituye el exterior o alrededores o ambiente.

ESTADO DE UN SISTEMA

Es una situación determinada del sistema definida por los valores de sus variables termodinámicas (presión, volumen, temperatura, etc.), en el diagrama P-V se representa por un punto.



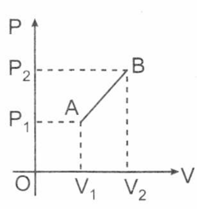
Estado A

$P_1 \quad V_1 \quad T_1$

PROCESO TERMODINÁMICO

Es una sucesión continua de estados que el sistema experimenta cuando es estimulado externamente, en el diagrama P-V se representa por una curva continua.

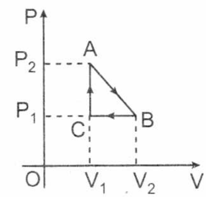
Proceso termodinámico AB



CICLO TERMODINÁMICO

Es una sucesión de estados o procesos de tal forma que el sistema al final vuelve a su estado inicial.

Ciclo ABCA



ENERGÍA INTERNA DE UN GAS IDEAL (U)

Es la suma de las energías cinéticas de traslación, vibración y rotación de todas las moléculas que componen determinada masa de gas ideal, esta magnitud depende de la temperatura absoluta (T) y de la cantidad de gas (n).

$$U = \Sigma\{E_{C(\text{traslación})} + E_{C(\text{vibración})} + E_{C(\text{rotación})}\}$$

Para un gas monoatómico formado por n moles la energía interna es: $U = \frac{3}{2}nRT$

Para un gas diatómico formado por n moles la energía interna es: $U = \frac{5}{2}nRT$

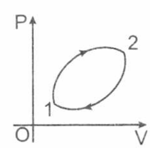
Donde:

R: constante universal de los gases

$$R = 8{,}31\ \frac{J}{mol.K} = 2\ \frac{cal}{mol.K}$$

T: temperatura absoluta (K)

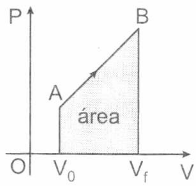
$\Delta U = U_2 - U_1$



La variación de energía interna (ΔU) no depende de la trayectoria.

TRABAJO REALIZADO POR UN GAS (W)

Para que un gas efectúe trabajo necesariamente debe cambiar su volumen ya sea expandiéndose o comprimiéndose; que se realice mayor o menor cantidad de trabajo depende del proceso que se siga al cambiar de volumen, en un diagrama P-V el trabajo está representado por el área que está entre la gráfica y el eje horizontal.



área = W

Si el volumen aumenta W: +

Si el volumen disminuye W: –

CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR

Debido a que todo gas puede ser calentado o enfriado manteniendo la presión o volumen constante, entonces existirá dos tipos de capacidad calorífica: uno a presión constante y el otro a volumen constante, siendo el primero mayor que el segundo y su diferencia nos determina la constante universal de los gases (R).

C_p: capacidad calorífica molar a presión constante

C_v: Capacidad calorífica molar a volumen constante

$C_p > C_v$ y $C_p - C_v = R$

$$R = 8,31\ \frac{J}{mol.K} = 2\ \frac{cal}{mol.K}$$

Para gases monoatómicos: He, Ne, Ar, Kr, Xe:

$$C_p = \frac{5}{2}R;\quad C_v = \frac{3}{2}R \quad y \quad \boxed{k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}}$$

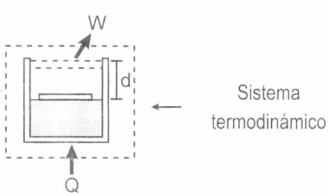
Para gases diatómicos: H, N, O, CO:

$$C_p = \frac{7}{2}R;\quad C_v = \frac{5}{2}R \quad y \quad \boxed{k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}}$$

k: constante adiabática

PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

En todo proceso termodinámico el calor que entra o sale de un sistema será igual al trabajo realizado por el sistema o sobre él, más la variación de la energía interna.



$$\boxed{Q = W + \Delta U}$$

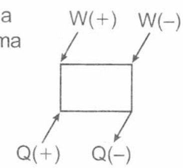
Q: calor que entra o sale.
W: trabajo realizado por o sobre el sistema.
ΔU: variación de la energía interna.

Convención de signos:

W $\begin{cases} (+)\text{: realizado por el sistema} \\ (-)\text{: realizado sobre el sistema} \end{cases}$

Q $\begin{cases} (+)\text{: ganado por el sistema} \\ (-)\text{: perdido por el sistema} \end{cases}$

$\Delta U \begin{cases} (+)\text{: aumenta} \\ (-)\text{: disminuye} \end{cases}$

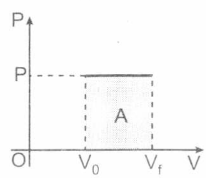


PROCESOS TERMODINÁMICOS

Es la secuencia de estados por los cuales se obliga a pasar a la sustancia de trabajo para que se permita la conversión de calor en trabajo.

I. **Proceso isobárico (P = cte.).** En este proceso se hace evolucionar a un sistema desde un estado inicial hasta otro final manteniendo en todo instante la presión constante.

- $W = P\Delta V$
- $Q = nC_p\Delta T$
- $\Delta U = nC_v\Delta T$
- $\dfrac{V_f}{T_f} = \dfrac{V_0}{T_0}$ (Ley de Charles)
- Diagrama P-V



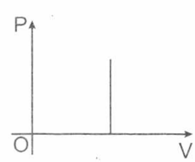
Área = A = $P(V_f - V_0)$
Área = A = $P\Delta V$
Área = A = W = Trabajo

II. **Proceso isócoro (V = cte.).** Es aquel proceso termodinámico, en el cual una sustancia evoluciona desde un estado inicial hasta otro final manteniendo su volumen constante.

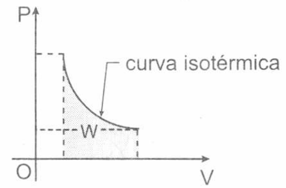
- $W = 0 \Rightarrow Q = \Delta U$
- $Q = n\ C_v\Delta t$
- $\Delta U = nC_v\Delta t$
- Ley de Gay-Lussac:

$$\frac{P_f}{T_f} = \frac{P_0}{T_0}$$

- Diagrama P-V

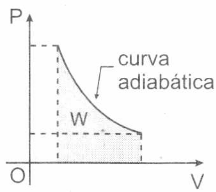


III. Proceso isotérmico (T = cte.). En este proceso se hace evolucionar a la sustancia desde un estado inicial hasta otro final, manteniendo su temperatura constante.



- $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$
- $Q = 2{,}3\ P_0\ V_0 \log\left(\dfrac{V_f}{V_0}\right) = P_0 V_0 \ln\left(\dfrac{V_f}{V_0}\right)$
- $W = 2{,}3\ P_0\ V_0 \log\left(\dfrac{V_f}{V_0}\right) = P_0 V_0 \ln\left(\dfrac{V_f}{V_0}\right)$
- Ley de Boyle-Mariotte: $P_0 V_0 = P_f V_f$

IV. Proceso adiabático ($Q = 0$). Es aquel proceso termodinámico en el cual se hace evolucionar a la sustancia desde un estado inicial hasta otro final sin adición ni sustracción de calor.



- $Q = 0 \Rightarrow W = -\Delta U$
- $\Delta U = nC_v \Delta T$
- $W = \dfrac{P_f V_f - P_0 V_0}{1 - k}$; $k = \dfrac{C_p}{C_v}$
- $P_0 V_0^k = P_f V_f^k$

Nota:

La pendiente de la curva adiabática es mayor que la pendiente de la curva isotérmica.

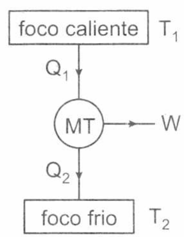
SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA

- Ningún cuerpo es capaz de entregar calor en forma espontánea a otro cuerpo de mayor temperatura, existiendo la posibilidad de forzarlo a ello si es que previamente en él se invierte trabajo.
- No existe máquina térmica que sea capaz de convertir en forma continua todo el calor en trabajo.
- No existe ninguna máquina térmica cuya eficiencia sea del 100%.

MÁQUINA TÉRMICA (MT)

Es aquel dispositivo que transforma parte del calor que recibe en trabajo mecánico, está constituido por una fuente caliente (caldera u horno), que entrega calor (Q_1) a la máquina y otra fuente fría (condensador o sumidero de calor), donde se expulsa el calor residual (Q_2). El trabajo útil que se obtiene de la máquina térmica es $W = Q_1 - Q_2$.

Representación esquemática y cálculo de la eficiencia de una máquina térmica.



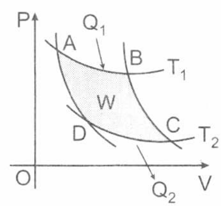
$$n = \frac{W}{Q_1}$$

$$n = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\boxed{n = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}}$$

CICLO DE CARNOT

Es aquel ciclo con el cual una máquina térmica tendría la máxima eficiencia, está constituido por procesos isotérmicos y dos procesos adiabáticos, su eficiencia solo depende de las temperaturas absolutas de los focos entre los cuales opera.



T: temperatura absoluta

1. Expansión isotérmica (A - B)
2. Expansión adiabática (B - C)
3. Compresión isotérmica (C - D)
4. Compresión adiabática (D - A)

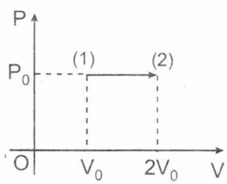
Relaciones:

$$\boxed{\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}} \qquad \boxed{n_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\boxed{n_{Carnot} > n_{ciclo}}$$

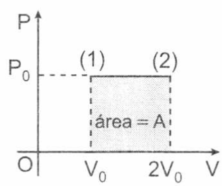
EJERCICIOS RESUELTOS

1. En un sistema se sabe que 160 g de oxígeno siguen el proceso mostrado. Determinar el trabajo efectuado por el sistema.
(T_1 = 127 °C)



Resolución:

Se sabe que el área bajo la gráfica P-V da el trabajo efectuado durante el proceso.



$W = A = P_0(2V_0 - V_0) = P_0V_0$

Pero: $PV = nRT \Rightarrow W = nRT_1$ ... (α)

Como el proceso es isobárico:

$$\frac{V_f}{T_f} = \frac{V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{2V_0}{T_2} = \frac{V_0}{T_1} \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

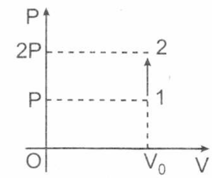
Luego: $T_1 = 127 + 273 = 400$ K

$\Rightarrow T_2 = 800$ K

En (α): $W = \frac{160}{32} \times 8{,}31 \times 400 = 16\,620$

2. Se sabe que 500 g de un gas ideal diatómico realizan el proceso mostrado; determine la cantidad de calor transferido al sistema.

$\left(\text{Considere: } C_v = 0{,}124 \frac{\text{cal}}{\text{g.K}} \text{ y } T_1 = 27\ °\text{C}\right)$



Resolución:

El proceso mostrado es isovolumétrico, entonces la cantidad de calor transferido se determina así:

$Q = mC_v\Delta T$ ... (α)

Además se cumple que:

$$\frac{P_f}{T_f} = \frac{P_0}{T_0} \Rightarrow \frac{2P}{T_2} = \frac{P}{T_1} \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

Luego: $T_1 = 27 + 273 = 300$ K

$\Rightarrow T_2 = 600$ K

En (α): $Q = 500 \times 0{,}124(600 - 300)$

$Q = 18\,600$ cal

3. La temperatura del foco frío de una máquina térmica que sigue el ciclo Carnot es 300 K y su eficiencia es el 50%. Diga cuál sería la nueva eficiencia si la temperatura del foco caliente disminuye en 50 °C.

Resolución

Como la máquina térmica sigue el ciclo de Carnot, se cumple:

$$n = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{T_1 - 300}{T_1}$$

$T_1 = 600$ K

Pero si el foco caliente disminuye su temperatura en 50 °C, también disminuye en 50 K; entonces:

$$n = \left(\frac{550 - 300}{550}\right)100\% \Rightarrow n = 45{,}5\%$$

4. Una máquina térmica que sigue el ciclo de Carnot recibe 900 cal a 227 °C y expulsa calor a 27 °C. Determine la cantidad de calor que expulsa.

Resolución:

Como la máquina térmica sigue el ciclo de Carnot, entonces se cumple que:

$$n = \frac{T_A - T_B}{T_A} = \frac{Q_A - Q_B}{Q_A}$$

$$1 - \frac{T_B}{T_A} = 1 - \frac{Q_B}{Q_A} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{Q_B}{Q_A}$$

$$\Rightarrow \frac{(27 + 273)}{(227 + 273)} = \frac{Q_B}{900} \quad \therefore\ Q_B = 540 \text{ cal}$$

5. Determine el volumen de aceite, de calor específico 0,5 cal/g.°C, que tiene la misma capacidad calorífica que 1 litro de agua. ($\rho_{aceite} = 0{,}8$ g/cm^3)

Resolución:

Del dato se tiene que el volumen de aceite y el litro de agua tienen la misma capacidad calorífica:

$C_{(aceite)} = C_{(agua)}$

$m_{aceite} \times Ce_{(aceite)} = m_{agua} \times Ce_{(agua)}$

$m_{aceite}(0{,}5) = (1000)1$

$m_{aceite} = 2000$ g

Finalmente: $\rho_{aceite} = m_{aceite} / V_{aceite}$

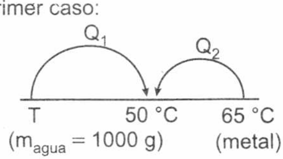
$V_{aceite} = m_{aceite} / \rho_{aceite}$

$V_{aceite} = 2000/0{,}8 = 2500 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{aceite} = 2{,}5$ L

6. En un calorímetro de calor específico despreciable se tienen 1000 g de agua a cierta temperatura. Si un cuerpo metálico se introduce a 65 °C, entonces la temperatura de equilibrio es de 50 °C, pero si el cuerpo metálico se introduce a 30 °C, entonces la temperatura de equilibrio es de 25 °C. Determine la temperatura inicial del agua.

Resolución:

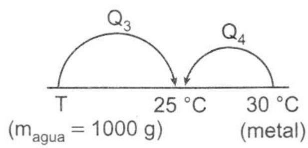
En el primer caso:



$\Rightarrow Q_1 = Q_2$

$1000 \times Ce_{H_2O}(50 - T) = C_{metal}(15)$ ... (α)

En el segundo caso:



$\Rightarrow Q_3 = Q_4$

$1000 \times Ce_{H_2O}(25 - T) = C_{metal}(5)$ ... (β)

Dividiendo (α) y (β):

$$\frac{1000 \times Ce_{H_2O}(50 - T)}{1000 \times Ce_{H_2O}(25 - T)} = \frac{C_{metal} \times 15}{C_{metal} \times 5}$$

$50 - T = 75 - 3T \Rightarrow T = 12{,}5$ °C

7. Si el equivalente en agua de un calorímetro es 300 g, determine el valor de la masa del calorímetro si su calor específico es de: 0,75 kcal/kg.°C

Resolución:

Por definición se sabe que el equivalente en agua de un calorímetro, es la masa de agua que tiene la misma capacidad calorífica que el calorímetro, entonces:

$C_{agua} = C_{calorímetro}$

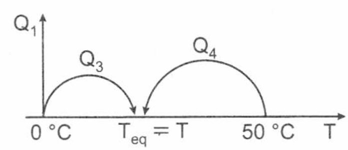
$m_{agua} \times Ce_{agua} = m_{calorím.} \times Ce_{calorím.}$

$300 \times 1 = m_{calorím.} \times 0{,}75$

$m_{calorím.} = 400$ g

8. Calcular la temperatura de equilibrio, si se mezclan en un recipiente de capacidad calorífica despreciable, 150 g de hielo a 0 °C y 240 g de agua a 50 °C.

Resolución:



Se cumple que: $Q_{ganado} = Q_{perdido}$

$Q_1 + Q_2 = Q_3$

$150 \times 80 + 150 \times 1 \times T = 240(50 - T)$

$1200 + 15T = 1200 - 24T$

$T_{eq} = T = 0$ °C

EJERCICIOS PROPUESTOS

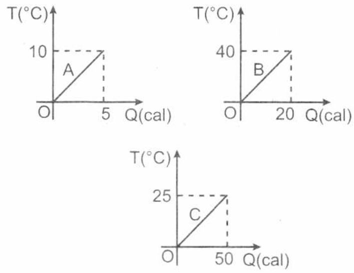
1. Las unidades de temperatura, cantidad de calor y calor específico en el Sistema Internacional son respectivamente:

I. Kelvin (K) II. *Joule* (J) III. J/kg.K

Son verdaderas:

a) Todas b) Solo II c) I y II
d) Solo I e) I y III

2. ¿En qué caso, la sustancia líquida tiene mayor calor específico, si $M_A = M_B = M_C$, de masas iguales?



a) Solo A b) Solo B c) Solo C
d) Son iguales e) A y B

3. Un cuerpo de capacidad calorífica 20 cal/°C, recibe 600 calorías cuando se encontraba a 30 °C, ¿cuál será la temperatura final del proceso?

a) 30 °C b) 40 °C c) 60 °C
d) 70 °C e) 0 °C

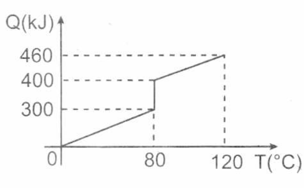
4. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se vierten 300 g de agua a 20 °C y 700 g a 90 °C. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio?

a) 55 °C b) 60 °C c) 69 °C
d) 70 °C e) 79 °C

5. A un recipiente de 0,4 kg de masa, se le suministra 0,6 kcal cuando se encuentra a una temperatura de 20 °C y se observa que la temperatura llega a 35 °C. ¿Cuál es el calor específico del material?

a) 0,1 cal/g.°C b) 0,2 cal/g.°C
c) 0,3 cal/g.°C d) 0,4 cal/g.°C
e) 0,5 cal/g.°C

6. Un cuerpo absorbe calor para derretirse según la siguiente gráfica. Si la masa es 25 gramos, hallar el calor latente de fusión:



a) 2 kJ/g b) 3 kJ/g c) 4 kJ/g
d) 6 kJ/g e) 8 kJ/g

7. Se vierten 2 kg de agua a 40 °C sobre un gran bloque de hielo a 0 °C. ¿Cuánto hielo se funde? ($L_f = 80$ cal/g)

a) 0,5 kg b) 1,0 kg c) 1,5 kg
d) 1,75 kg e) 0

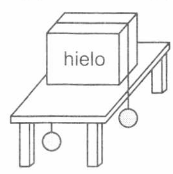
8. Determinar la cantidad de agua a 50 °C que se debe introducir a un calorímetro de capacidad calorífica despreciable que contiene 20 g de hielo a −20 °C, para que la temperatura final de equilibrio sea 10 °C.

a) 50 g b) 60 g c) 70 g
d) 80 g e) 90 g

9. Indicar verdadero (V) o falso (F):
   I. A una misma temperatura no pueden coexistir dos fases distintas de una misma sustancia.
   II. A una misma temperatura no pueden coexistir dos fases distintas de dos sustancias diferentes.
   III. A una misma temperatura no pueden coexistir las mismas fases de dos sustancias distintas.

a) VVV b) FFV c) VFF
d) FVF e) FFF

10. Se tiene un bloque de hielo tal como muestra la figura, está sobre una mesa y sobre el se encuentra un alambre que sostiene dos pesas. Indica la(s) alternativa(s) correcta(s):



   I. Para que el alambre llegue a la superficie de la mesa deberá fusionarse todo el hielo.
   II. El alambre presiona al hielo hasta que lo divide en dos bloques.
   III. El alambre presiona al hielo pasando a través de él totalmente, sin seccionarlo.

a) Solo I b) II y III c) I y II
d) Solo II e) Solo III

11. Un recipiente contiene 540 g de agua y 60 g de hielo a la temperatura de equilibrio 0 °C. Se introducen en este sistema 200 g de agua a 100 °C. Determinar la temperatura final de la mezcla.

a) 0 °C b) 15,5 °C c) 19 °C
d) 100 °C e) 50 °C

12. Se tiene M gramos de hielo a 0 °C y se sumerge en M gramos de agua a 100 °C. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio del sistema? Despreciar toda ganancia o pérdida de calor con el exterior.

a) 10 °C b) 20 °C c) 30 °C
d) 40 °C e) 50 °C

13. Un recipiente de calor específico despreciable contiene 3 kg de hielo a 0 °C. ¿Cuántos kilogramos de vapor de agua a 100 °C se debe inyectar al recipiente, para obtener finalmente agua líquida a 100 °C? Dar como respuesta la mínima cantidad de vapor de agua.

a) 1 kg b) 2 kg c) 3 kg
d) 4 kg e) 5 kg

14. Determinar la diferencia de temperaturas entre las aguas de arriba y las de abajo de una catarata de altura 420 m. Calor específico del agua = 4200 J/kg.°C; g = 10 m/s^2.

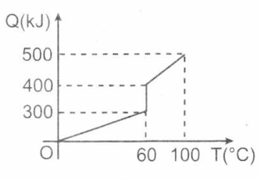
a) 1,0 °C b) 0,1 °C c) 0,2 °C
d) 0,5 °C e) 5,5 °C

15. Un automóvil de masa 400 kg tiene una velocidad de 5 m/s (hacia el norte). Calcular la cantidad de calorías producidas por los frenos cuando se detiene. 1 J = 0,24 cal.

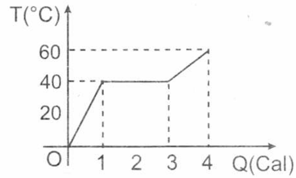
a) 21 000 b) 1200 c) 11 000
d) 1490 e) 5000

16. Un cuerpo de masa 5 gramos absorbe calor para derretirse a la temperatura de 60 °C. Determinar el calor específico en su fase líquida, en J/g.°C.

a) 0,2
b) 0,3
c) 0,4
d) 0,5
e) 0,6



17. La figura muestra el cambio de la temperatura de una sustancia de masa 50 g a temperatura inicial de 0 °C y en su fase líquida. Luego es falso afirmar:



a) La temperatura de ebullición es 40 °C.
b) La sustancia absorbe 2 kcal durante la ebullición.
c) El calor específico del líquido es 0, 5 cal/g.°C.
d) El calor específico del vapor es 1 cal/g.°C.
e) El calor latente de vaporización es 50 cal/g.

18. Un recipiente de calor específico despreciable, contiene 20 gramos de hielo a −20 °C. ¿Cuántos gramos de agua a 100 °C se debe verter en el recipiente, para obtener finalmente agua líquida a 0 °C?

a) 18 g b) 16 g c) 14 g
d) 12 g e) 20 g

19. Si se mezclan 580 g de hielo a 0 °C con 720 g de agua a 50 °C, ¿qué cantidad de hielo quedará?

a) 450 g b) 130 g c) 200 g
d) 320 g e) 100 g

20. Se tiene un calorímetro de calor específico despreciable, en el cual se introduce 800 g de hielo a −20 °C y se vierte agua (líquida) a 0 °C una cantidad de 800 g. Hallar la cantidad de hielo que queda en el recipiente cuando se alcanza la temperatura de equilbrio.

a) 800 g b) 900 g c) 1000 g
d) 1400 g e) 1600 g

21. Se tiene una mezcla compuesta por 50 g de hielo y 100 g de agua a 0 °C. ¿Qué cantidad de vapor a 120 °C, debe inyectarse para que solo se condense la tercera parte de esta masa de vapor agregada?

a) 100 g b) 120 g c) 130 g
d) 150 g e) 180 g

22. Hallar la temperatura de equilibrio de la mezcla de 992 g de hielo a 0 °C y 160 g de vapor de agua a 100 °C. El recipiente no gana ni pierde calor.

a) 20 °C b) 22 °C c) 24 °C
d) 26 °C e) 28 °C

23. ¿A qué temperatura se enfrían 5 kg de agua a 100 °C, dejando fusionar en ella 3 kg de hielo a 0 °C?

a) 27,5 °C b) 42,5 °C c) 37,5 °C
d) 32,5 °C e) 52,5 °C

24. ¿Con qué velocidad se debe lanzar un trozo de hielo a 0 °C, contra la pared, tal que cambie de fase íntegramente? (Agua líquida a 0 °C). Calor latente de fusión del agua = 320 kJ/kg

a) 800 m/s b) 600 m/s c) 400 m/s
d) 200 m/s e) 100 m/s

25. En un recipiente de masa despreciable se encuentra 100 g de hielo a –20 °C. Hallar la mínima cantidad de agua a 30 °C que se debe introducir para que todo el hielo se derrita.

a) 250 g b) 300 g c) 350 g
d) 400 g e) 450 g

CLAVES

1. a	6. c	11. c	16. d	21. a
2. c	7. b	12. a	17. e	22. a
3. c	8. a	13. a	18. a	23. d
4. c	9. e	14. a	19. b	24. a
5. a	10. e	15. b	20. b	25. d

CARGA ELÉCTRICA (q O Q)

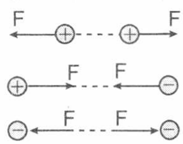
Se denomina así al defecto o exceso en el número de electrones que posee un cuerpo respecto del número de protones. $\boxed{q = \pm ne}$

$n \in \mathbb{N}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C (carga del electrón)
La unidad en el SI de la carga eléctrica es el *coulomb* (C).

1 mC*(milicoulomb)* $= 10^{-3}$ C
1 μC*(microcoulomb)* $= 10^{-6}$ C

LEYES DE INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

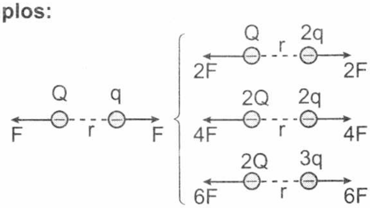
1.ª Ley: "Dos cargas eléctricas de igual signo se rechazan y de signos contrarios se atraen"



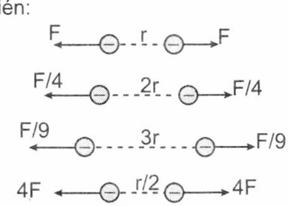
2.ª Ley (Ley de Coulomb): "La fuerza con que se atraen o rechazan dos cargas eléctricas es directamente proporcional al valor de sus cargas, pero inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación".

$$\boxed{F = \frac{9 \times 10^9\, Qq}{r^2}}$$

Ejemplos:

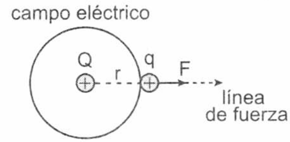


Así también:



CAMPO ELÉCTRICO

Es aquel medio, a través del cual una carga eléctrica puede actuar sobre otra carga.



La intensidad del campo eléctrico en uno de sus puntos está dado por la fuerza con que actúa por unidad positiva de carga colocada en dicho punto.

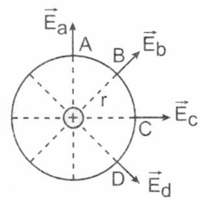
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\text{Fuerza}(\vec{F})}{\text{Carga eléctrica (q)}}}$$

La unidad en el SI es el N/C, *newton* por *coulomb*.

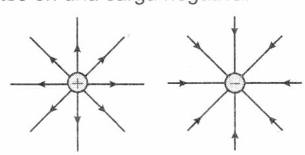
La intensidad del campo eléctrico en un punto ubicado a una distancia r de una carga Q, está dada por: $\boxed{E = 9 \times 10^9 \frac{Q}{r^2}}$

Observaciones:

- Las intensidades de campo en dos puntos ubicados a una misma distancia no siempre son iguales, puesto que pueden tener direcciones distintas.

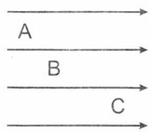


- La intensidad de campo es una magnitud vectorial, puesto que además de un módulo (valor numérico y unidad) posee una dirección.
- Una región de campo eléctrico se puede representar mediante líneas de fuerza, las cuales son salientes en una carga positiva y entrantes en una carga negativa.



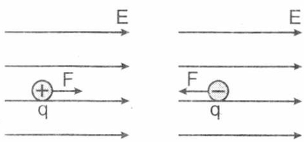
- El vector intensidad de campo es siempre tangente a las líneas de fuerza del campo.
- Se llama campo eléctrico uniforme u homogéneo a aquel que está representado por líneas

de fuerza paralelas e igualmente espaciadas; en cuyos puntos la intensidad del campo siempre es la misma (en módulo y dirección).

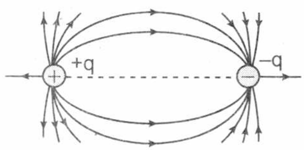


$$\vec{E}_A = \vec{E}_B = \vec{E}_C = \text{constante}$$

- El campo actúa con una fuerza de igual sentido, que las líneas de fuerza, sobre una carga positiva, pero con una fuerza de sentido opuesto sobre una carga negativa.



Siendo F = qE = (carga)(intensidad)

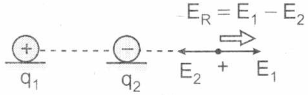


PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE LOS CAMPOS ELÉCTRICOS

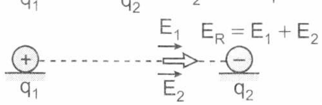
La intensidad del campo eléctrico en un punto próximo a dos cargas eléctricas, está dada por la resultante de las intensidades de campo producidas por cada una de las cargas.

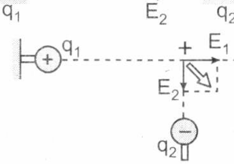
Ejemplos:

$E_R = E_1 - E_2$



$E_R = E_1 + E_2$

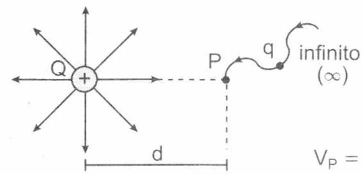




$E_R = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2}$

POTENCIAL ELÉCTRICO (V)

Es una magnitud escalar que nos indica el trabajo que efectúa el agente externo para trasladar una carga a velocidad constante desde el infinito hasta el punto mencionado.



$$V_P = \frac{W_{\infty \to P}^{\text{externo}}}{q}$$

$W_{\infty \to P}^{\text{externo}}$: trabajo efectuado por el agente externo para trasladarlo hasta P (en *joules*).

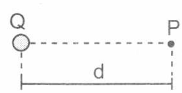
q: carga que se traslada (en *coulombs*)

V_P: potencial en el punto P

Unidades: $\dfrac{\textit{joule}\ (\text{J})}{\textit{coulomb}\ (\text{C})}$ = voltios (V)

Si la carga es puntual o esférica:

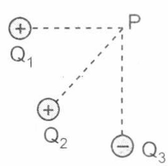
El potencial en P será:



$$\boxed{V = k\frac{Q}{d}} \text{ (con su signo)}$$

POTENCIAL TOTAL DEBIDO A VARIAS CARGAS

Como el potencial es una magnitud escalar, para hallar el total, solo se sumará algebraicamente.

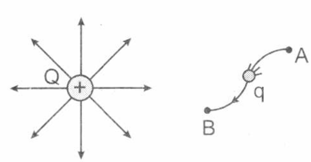


El potencial total en P será:

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + V_3}$$

No olvidar que para el cálculo de cada potencial la carga ingresa con su signo.

DIFERENCIA DE POTENCIAL



$$V_B - V_A = \frac{W_{A \to B}^{\text{externo}}}{q} \Rightarrow \boxed{W_{A \to B}^{\text{externo}} = (V_B - V_A)q}$$

V_B: potencial en B

V_A: potencial en A

q: carga que se traslada (debe ser colocado con su signo)

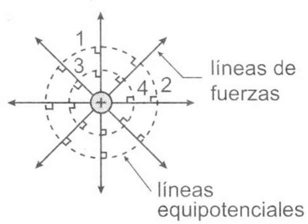
El trabajo no depende de la trayectoria, ya que la fuerza eléctrica es conservativa.

LÍNEAS EQUIPOTENCIALES

Son aquellas líneas en las que todos sus puntos tienen el mismo potencial.

Las líneas equipotenciales poseen las siguientes características:

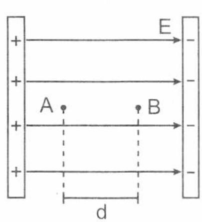
1. Las líneas equipotenciales (punteadas) son perpendiculares a las líneas del campo eléctrico.
2. En una misma línea encontramos el mismo potencial.



- $V_1 = V_2$
- $V_3 = V_4$
- $V_3 > V_1$

RELACIÓN ENTRE EL CAMPO ELÉCTRICO Y EL POTENCIAL ELÉCTRICO

En realidad, la relación del campo es más bien con la variación o diferencia de potencial.



$$\boxed{V = Ed}$$

Donde: $V = V_A - V_B$

V: potencial eléctrico (diferencia de potencial)

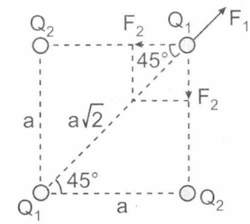
E: intensidad de campo eléctrico

d: distancia

EJERCICIOS RESUELTOS

1. En los vértices de un cuadrado se colocan consecutivamente las siguientes cargas eléctricas: Q_1, Q_2, Q_1, y Q_2; respectivamente. ¿En qué relación están Q_1 y Q_2 si se sabe que Q_1 se encuentra en equilibrio?

Resolución



De la figura se deduce que Q_1 y Q_2 son de signos contrarios y además:

$F_1 = F_2 \times \sqrt{2}$

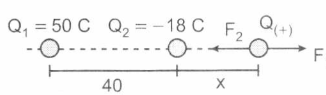
$$\frac{k|Q_1||Q_1|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k|Q_1||Q_2|}{a^2} \times \sqrt{2}$$

$$\frac{|Q_1|}{2} = |Q_2|\sqrt{2} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{Q_2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = -2\sqrt{2}$$

2. Determine la posición de un punto situado en la proximidad de dos cargas puntuales de +50 C y −18 C, las cuales están separadas 40 cm y en donde se cumple que al colocar una tercera carga en dicho punto, la fuerza eléctrica resultante sea nula.

Resolución:



De la condición: $F_1 = F_2$

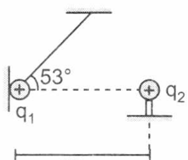
$$\frac{k \times 50 \times Q}{(40 + x)^2} = \frac{k \times 18 \times Q}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{(40 + x)^2} = \frac{9}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{(40+x)} = \frac{3}{x} \Rightarrow 5x = 120 + 3x$$

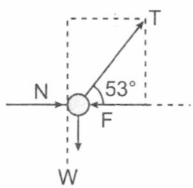
$$2x = 120 \Rightarrow x = 60 \text{ cm}$$

3. Hallar el valor de la reacción normal de la pared vertical sobre la esfera cargada; se sabe que el sistema se encuentra en equilibrio y que todas las superficies son lisas.
($q_2 = 4q_1 = 40$ statc y $W_1 = 1$ dina)



Resolución:

Se efectúa el DCL de la esferita cargada que está en contacto con la pared vertical lisa:



De la ley de Coulomb: $F = \dfrac{KQ_1Q_2}{d^2}$

$$F = \frac{1 \times 10 \times 40}{(20)^2} = 1 \text{ dina}$$

$\Sigma F_{hor} = 0 \Rightarrow N + T\cos 53° = F \quad ...(\alpha)$

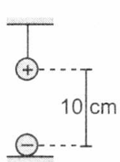
$\Sigma F_{vert} = 0 \Rightarrow T\text{sen}53° = W_1$

En (α): $N + W_1\cot 53° = F$

$\Rightarrow N + 1(3/4) = 1$

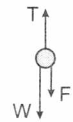
$N = 0{,}25$ dinas

4. Calcular la tensión que soporta la cuerda que sostiene a la esferita de 20 g y 400 statc de carga eléctrica. (La carga negativa es de 4900 statc).



Resolución:

Se efectúa el DCL de la esfera cargada positivamente:



De la ley de Coulomb:

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{d^2}$$

$$F = \frac{1 \times 400 \times 4900}{(10)^2} = 19\,600 \text{ dinas}$$

Del equilibrio: $T = F + W$

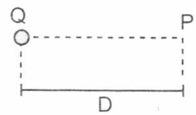
$T = 19\,600 + 20 \times 980$

$T = 39\,200$ dinas

5. El potencial eléctrico a una cierta distancia de una carga puntual es de 600 voltios y la intensidad del campo eléctrico es de 200 N/C. ¿Qué valor tiene la carga eléctrica?

Resolución:

Sea Q la carga eléctrica, entonces:



$$V_P = \frac{kQ}{d} = 600 \text{ V} \quad ...(\alpha)$$

$$E_P = \frac{kQ}{d^2} = 200 \text{ N/C} \quad ...(\beta)$$

Luego se deduce que: $V_P = d \times E_P$

$600 = d \times 200 \Rightarrow d = 3$ m

En (α): $\dfrac{9 \times 10^9}{3} \times Q = 600$

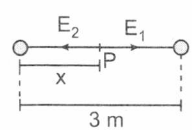
$\Rightarrow Q = 2 \times 10^{-7}$ C

6. Dos cargas: $Q_1 = 2 \times 10^{-8}$ C y $Q_2 = 8 \times 10^{-8}$ C están separadas por una distancia de 3 m, determine el valor del potencial eléctrico resultante en un punto sobre la línea recta que los une, sabiendo que en dicho punto el campo eléctrico resultante es nulo.

Resolución:

Graficando las cargas puntuales:

$Q_1 = 2 \times 10^{-8}$ C $\qquad\qquad$ $Q_2 = 8 \times 10^{-8}$ C



- En el punto P: $\vec{E}_R = \vec{0}$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kQ_1}{x^2} = \frac{kQ_2}{(3-x)^2}$$

$$\frac{2\times10^{-8}}{x^2} = \frac{8\times10^{-8}}{(3-x)^2} \Rightarrow x = 1\text{ m}$$

Luego en el mismo punto P

$$V_R = \Sigma V = \frac{kQ_1}{d_1} + \frac{kQ_2}{d_2}$$

$$V_R = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-8}}{1} + \frac{9\times10^9\times8\times10^{-8}}{2}$$

$$V_R = 540\text{ V}$$

7. Dos gotas de mercurio de radios 1 mm y $\sqrt[3]{7}$ mm, tienen cargas eléctricas de +40 statc y +60 statc. Determine el potencial eléctrico de la gota esférica resultante que se forma al unir a las dos gotas.

Resolución:

Al unirse las dos gotas se obtiene una gota resultante cuyo volumen se obtiene de la siguiente manera:

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$4\pi R^3/3 = 4\pi R_1^3/3 + 4\pi R_2^3/3$$

$$R^3 = R_1{}^3 + R_2{}^3 = 1^3 + (\sqrt[3]{7})^3 \Rightarrow R = 2\text{ mm}$$

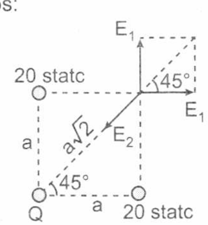
Luego se determina el potencial eléctrico de la gota esférica resultante:

$$V = \frac{kQ_{esf}}{R_{esf}} = \frac{1(40+60)}{2\times10^{-1}} = 500\text{ statv}$$

8. En los vértices de un cuadrado se colocan consecutivamente cargas eléctricas de: +20 statc, Q y +20 statc. ¿Cuál debe ser el valor de Q, para que en el cuarto vértice el campo eléctrico resultante sea nulo?

Resolución:

De los datos:

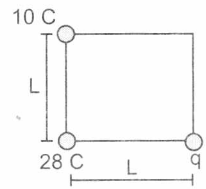


Como: $\vec{E}_R = \vec{0} \Rightarrow E_2 = \sqrt{2}E_1$

$$\frac{k|Q|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\times k\times\frac{20}{a^2} \Rightarrow Q = 40\sqrt{2}\text{ statc}$$

Pero de la figura se observa que Q es negativa; entonces: $Q = -40\sqrt{2}$ statc

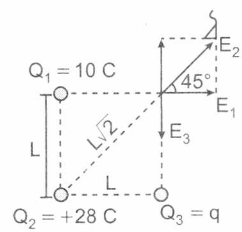
9. Tres cargas eléctricas son colocadas en los vértices de un cuadrado, tal como se indica en la figura; determine la carga q si se sabe que la intensidad del campo eléctrico resultante en el vértice libre, tiene dirección horizontal.



Resolución:

De la condición del problema:

$\vec{E}_R = \Sigma\vec{E}_{hor}$



Se deduce que q es negativa y además que $\vec{E}_{vert} = \vec{0}$; luego: $E_3 = E_2 \times \text{sen}45°$

$$\frac{k|q|}{L^2} = \frac{k\times Q_2}{(L\sqrt{2})^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

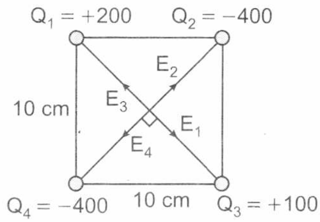
$$|q| = \frac{28}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}\text{ statc}$$

Luego: $q = -7\sqrt{2}$ statc

10. En los vértices de un cuadrado de 10 cm de lado se han colocado cargas puntuales de: +200, −400, +100 y −400 statc, respectivamente. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado.

Resolución:

Graficando al cuadrado y las cargas puntuales, se tiene:



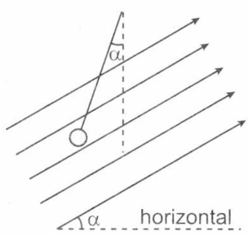
Se observa que: $E_4 = E_2$ y, por lo tanto, se anulan entre sí:

$$E_R = E_1 - E_3 = \frac{kQ_1}{d_1^2} - \frac{kQ_3}{d_3^2}$$

$$E_R = \frac{1 \times 200}{(5\sqrt{2})^2} - \frac{1 \times 100}{(5\sqrt{2})^2}$$

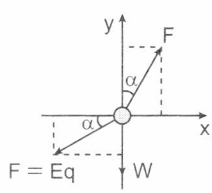
$E_R = 4 - 2 = 2$ dinas/statc

11. El sistema que se indica se encuentra en equilibrio, se sabe que la carga eléctrica de -20 statc pasan 1600 dinas y que el campo eléctrico uniforme tiene una intensidad de: 80 dinas/statc. Determine el valor de α.



Resolución:

DCL de la carga en equilibrio:



Del teorema de Lamy:

$$\frac{W}{\text{sen}(90° + 2\alpha)} = \frac{Eq}{\text{sen}(180° - \alpha)}$$

$$\frac{1600}{\cos 2\alpha} = \frac{80 \times 20}{\text{sen}\alpha}$$

$\text{sen}\alpha = \cos 2\alpha \Rightarrow \alpha + 2\alpha = 90°$

$\therefore \ \alpha = 30°$

EJERCICIOS PROPUESTOS 1

1. Indicar verdadero (V) o falso (F):

   I. Un cuerpo neutro que es cargado positivamente pierde masa.

   II. Un cuerpo neutro que es cargado negativamente gana masa.

   III. Un cuerpo neutro no tiene electrones.

   a) VVV b) VVF c) VFF
   d) FVF e) FFF

2. Se tienen dos cuerpos metálicos A cargado positivamente y B descargado. Se ponen en contacto y luego se separan, entonces podemos afirmar:

   I. Pasaron protones del cuerpo A hacia el cuerpo B.

   II. Pasaron electrones del cuerpo A hacia el cuerpo B.

   III. Pasaron electrones del cuerpo B hacia el cuerpo A.

   a) FFF b) FVV c) FFV
   d) VFF e) VVV

3. Un estudiante realiza un experimento para medir la carga eléctrica de 4 cuerpos:

   $Q_1 = 2{,}4 \times 10^{-19}$ C; $Q_2 = 11{,}2 \times 10^{-19}$ C;

   $Q_3 = 8{,}8 \times 10^{-19}$ C; $Q_4 = 8 \times 10^{-19}$ C

   ¿Cuáles de las medidas diría usted que no son compatibles con sus conocimientos teóricos?

   a) Q_1 y Q_3 b) Q_3 y Q_4 c) Q_1 y Q_2
   d) Q_2 y Q_4 e) Q_1 y Q_4

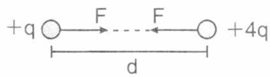
4. Se tienen dos cargas eléctricas de 4 μC y -2 μC, fijas en dos puntos situados a una distancia de 3 cm; calcular el valor de la fuerza de atracción entre ellas.

   a) 60 N b) 40 N c) 80 N
   d) 8 N e) 0,008 N

5. Calcular la distancia de separación entre dos cargas eléctricas de 3×10^{-4} C y 12×10^{-4} C si se repelen con una fuerza de 1000 N.

a) 36 m b) 3,6 m c) 1,8 m
d) 24 m e) 2,4 m

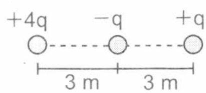
6. En la gráfica, la carga +4q es reemplazada por otra carga +q. ¿Qué debe ocurrir con la distancia d para que la fuerza de repulsión eléctrica permanezca constante?



a) Debe duplicar su valor.
b) Debe cuadruplicar su valor.
c) Debe reducir su valor a la mitad.
d) Debe reducir su valor en un 25%.
e) Debe aumentar en un 35%.

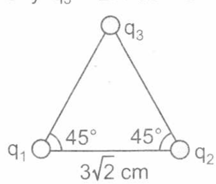
7. Las cargas q y −q se atraen con una fuerza de 10 N. Hallar la fuerza eléctrica total en la carga central.

a) 10 N
b) 20 N
c) 30 N
d) 40 N
e) 50 N



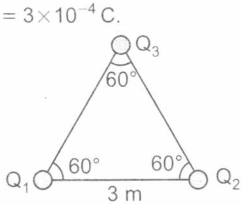
8. En el gráfico mostrado, determinar la fuerza resultante en q_3. Donde: $q_1 = 4 \times 10^{-4}$ C; $q_2 = -3 \times 10^{-4}$ C y $q_3 = 2 \times 10^{-4}$ C.

a) 55 N
b) 70 N
c) 90 N
d) 100 N
e) 110 N



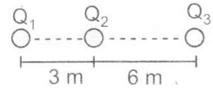
9. En el gráfico mostrado, determinar la fuerza resultante en Q_2. Donde: $Q_1 = 5 \times 10^{-4}$ C; $Q_2 = 10^{-5}$ C; $Q_3 = 3 \times 10^{-4}$ C.

a) 10 N
b) 8 N
c) 7 N
d) $10\sqrt{3}$ N
e) $5\sqrt{2}$ N

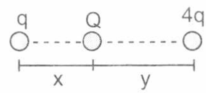


10. Hallar la fuerza eléctrica resultante sobre la carga 3; $Q_1 = +9\,\mu$C; $Q_2 = +2\,\mu$C; $Q_3 = -6\,\mu$C.

a) 20 N
b) 30 N
c) 50 N
d) 90 N
e) 60 N



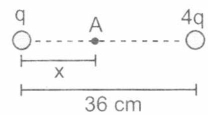
11. Si las cargas q y 4q son fijas y puntuales, calcular la relación entre las distancias x e y para que la carga Q permanezca en reposo.



a) 2/3 b) 1/2 c) 1
d) 3/2 e) 2

12. Hallar x para que cualquier carga en A se mantenga en reposo.

a) 4 cm
b) 12 cm
c) 8 cm
d) 20 cm
e) 18 cm

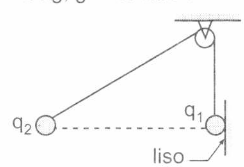


13. Dos esferas iguales conductoras muy pequeñas que poseen cargas de +20 μC y −3 μC se acercan hasta tocarse por cierto tiempo y luego se separan hasta que su distancia es de 0,1 m. ¿Cuál es la fuerza de interacción entre ellas?

a) 70 N b) 90 N c) 50 N
d) 100 N e) 22,5 N

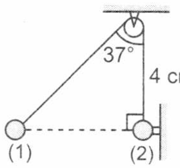
14. Si el sistema se encuentra en equilibrio, hallar la reacción de la pared no conductora lisa. $m_1 = 10$ kg; $m_2 = 5$ kg; $g = 10$ m/s^2.

a) $5\sqrt{3}$ N
b) $50\sqrt{3}$ N
c) $0{,}05\sqrt{3}$ N
d) $10\sqrt{3}$ N
e) $25\sqrt{3}$ N



15. El sistema está en equilibrio, sabiendo que el peso de la esferita (1) es 200 N y la esferita (2) tiene una carga de +6 μC. ¿Cuál será la carga de la esfera (1)?

a) 2,5 μC
b) 16 μC
c) 20 μC
d) 25 μC
e) 30 μC



16. Indicar verdadero (V) o falso (F):
   I. Al frotar un paño de seda con vidrio, el vidrio se carga positivamente y la seda negativamente.
   II. Al cargar un cuerpo conductor por inducción, la carga del inducido es opuesto a la del inductor.
   III. Un cuerpo metálico al cargarse por contacto, su carga tendrá signo contrario a la carga del otro.
   IV. El proceso de carga por inducción solo se da en cuerpos conductores.

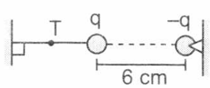
a) VVFV　b) FFVF　c) FFFF
d) VVVV　e) VFVF

17. Calcular la fuerza de repulsión entre 2 electrones separados por una distancia de 12×10^{-15} m.

a) 4 N　b) 1 N　c) 1,6 N
d) 3,2 N　e) 16 N

18. Si la esfera permanece en equilibrio, hallar la tensión en el hilo aislante, si q = 6 μC.

a) 90 N
b) 120 N
c) 40 N
d) 900 N
e) 60 N



19. Dos partículas cargadas se atraen entre sí con una fuerza F. Si la carga de una de las partículas se duplica y también se duplica la distancia entre ellas, hallar la fuerza.

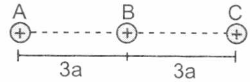
a) F　b) 2F　c) F/2
d) F/4　e) 2F/3

20. Dos cargas se repelen con una fuerza de 400 N, cuando están separadas 10 cm. ¿Cuál será la nueva fuerza si su separación aumenta en 30 cm?

a) 40 N　b) 20 N　c) 10 N
d) 2,5 N　e) 25 N

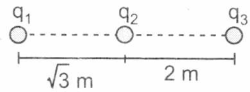
21. La fuerza entre las cargas A y C es F, hallar la fuerza entre las cargas B y C. ($Q_A = Q_B = Q_C$).

a) 2F
b) 3F
c) 4F
d) 6F
e) 8F



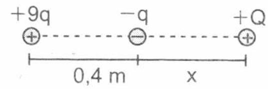
22. Se tienen 3 cargas tal como se muestra. Calcula la fuerza resultante en la carga q_2. $q_1 = 2\times10^{-4}$ C; $q_2 = 3\times10^{-4}$ C; $q_3 = 6\times10^{-4}$ C.

a) 15 N
b) 20 N
c) 225 N
d) 45 N
e) 65 N



23. Se muestran dos cargas fijas de +9q y −q, determinar la distancia x a la cual cualquier carga +Q permanecerá en equilibrio.

a) 0,1 m
b) 0,2 m
c) 0,3 m
d) 0,4 m
e) 0,5 m

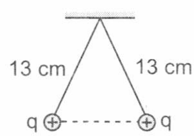


24. En los vértices de un triángulo equilátero se colocan cargas iguales +q y estas se repelen con una fuerza eléctrica de 10 N. Hallar la fuerza total en cualesquiera de las cargas.

a) 0　b) 10 N　c) 20 N
d) $10\sqrt{3}$ N　e) 30 N

25. Hallar q conociéndose que las esferas están separadas 10 cm. Ambas pesan 0,54 N y están suspendidas mediante hilos de seda de 13 cm de longitud.

a) 0,3 μC
b) 0,4 μC
c) 0,5 μC
d) 0,6 μC
e) 0,7 μC



CLAVES

1. b	6. c	11. b	16. a	21. c
2. c	7. c	12. b	17. c	22. c
3. a	8. d	13. e	18. a	23. b
4. c	9. c	14. b	19. c	24. d
5. c	10. c	15. a	20. e	25. c

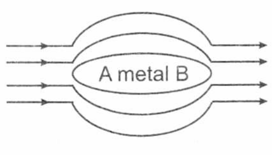
EJERCICIOS PROPUESTOS 2

1. Indicar si las si guientes proposi ciones son verdaderas (V) o falsas (F):
   I. La intensidad de campo eléctrico es una magnitud escalar.
   II. En una esfera hueca de radio r, con carga Q, el campo eléctrico en el centro es cero.
   III. La intensidad del campo eléctrico se mide en voltios.

   a) VVV b) FFF c) FVF
   d) FVV e) FFV

2. Considere un cuerpo metálico descargado AB, en un campo eléctrico no homogéneo cuyas líneas de fuerza se muestran en la figura. Debido a la inducción electrostática en el cuerpo metálico:
   I. El signo de la carga que aparece en el extremo A es negativo.
   II. El signo de la carga que aparece en el extremo B es positivo.
   III. En los extremos A y B el signo de las cargas que aparecen es positivo.

   a) VVF
   b) VVV
   c) VFF
   d) FVF
   e) FFF



3. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico a 40 cm de un electrón.

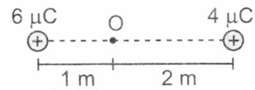
   a) 9×10^{-10} N/C b) 9×10^{-9} N/C
   c) 9×10^{-19} N/C d) 9×10^{-12} N/C
   e) 9×10^{28} N/C

4. ¿Qué fuerza eléctrica actúa sobre un electrón cuando es colocado en un campo eléctrico de 5×10^{9} N/C?

   a) 8×10^{-10} N b) 7×10^{-10} N
   c) 6×10^{-10} N d) 5×10^{-10} N
   e) 4×10^{-10} N

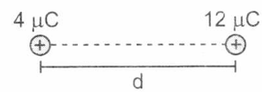
5. En el esquema se muestran dos cargas puntuales. Calcule la intensidad de campo eléctrico total en el punto O.

   a) 54×10^{3} N/C
   b) 63×10^{3} N/C
   c) 45×10^{3} N/C
   d) 9×10^{3} N/C
   e) 90×10^{3} N/C



6. La intensidad del campo eléctrico resultante en el punto medio de la línea que separa a las cargas positivas es 18 000 N/C. Halla la distancia de separación entre las cargas.

   a) 5 m
   b) 1 m
   c) 4 m
   d) 6 m
   e) 8 m

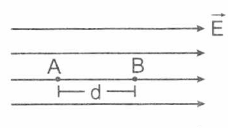


7. Hallar el peso de una partícula cuya carga es de 3×10^{-3} C, si flota en el aire bajo la acción de un campo uniforme vertical hacia arriba de 3000 N/C de intensidad.

   a) 2 N b) 6 N c) 9 N
   d) 12 N e) 10 N

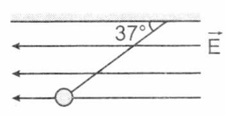
8. La diferencia de potencial ($V_A - V_B$) entre los puntos A y B es 16 V del campo eléctrico homogéneo. Hallar la intensidad de dicho campo, si d = 2 m.

   a) 6 N/C
   b) 8 N/C
   c) 10 N/C
   d) 9 N/C
   e) 5 N/C



9. Hallar la tensión en la cuerda si la partícula de carga 2×10^{-3} C permanece en reposo en el interior de un campo uniforme de 6000 N/C.

   a) 15 N
   b) 7 N
   c) 12 N
   d) 9 N
   e) 13 N



10. Determinar el potencial eléctrico debido a una carga de 2×10^{10} C, en un punto que se halla a 6 cm de la carga.

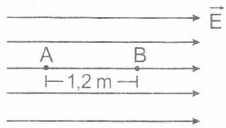
    a) 6 V b) 3 V c) 20 V
    d) 30 V e) 18 V

11. Hallar el trabajo que le costará a un agente externo traer una carga de 4 μC desde el infinito hasta un lugar de 5 kV de potencial.

a) 2×10^{3} J b) 2×10^{-3} J c) 2×10^{-2} J
d) 2×10^{2} J e) 10^{3} J

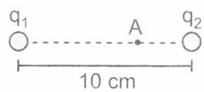
12. Determinar la diferencia del potencial ($V_A - V_B$) entre los puntos A y B del campo eléctrico homogéneo de intensidad E = 10 N/C.

a) +12 V
b) + 10/12 V
c) +10 V
d) −12 V
e) −10 V



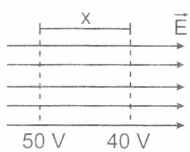
13. Dos cargas puntuales q_1 y $q_2 = 1\times10^{-5}$ C, están separadas 10 cm. El punto A está a 2 cm de q_2; si el potencial eléctrico en el punto A es cero, ¿cuál es el valor y signo de la carga q_1?

a) 4×10^{-5} C
b) 4×10^{-6} C
c) 4×10^{-8} C
d) 4×10^{-9} C
e) 4×10^{-4} C



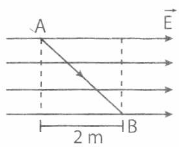
14. La figura representa una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad E = 5 N/C y dos superficies equipotenciales paralelas de 50 V y 40 V. Hallar la distancia (x) entre las superficies.

a) 2,0 m
b) 3,0 m
c) 3,5 m
d) 2,5 m
e) 4,0 m



15. El gráfico representa un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 8\times10^{4}$ V/m. Una carga puntual $q = 2\times10^{-6}$ C es desplazada de A hasta B, conforme la trayectoria indicada. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza eléctrica realizado sobre la carga para ese desplazamiento?

a) 0,28 J
b) 0,14 J
c) 0,48 J
d) 0,32 J
e) 0,16 J



16. Hallar la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga de 300 C, si está bajo la acción de un campo uniforme de intensidad 4000 N/C.

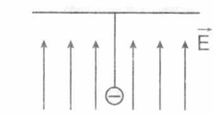
a) 1,3 N b) 1,7 N c) 1,2 N
d) 1,6 N e) 2 N

17. Hallar el peso de una partícula cuya carga es de 800 μC, si flota en el aire bajo la acción de un campo uniforme vertical hacia arriba de 2000 N/C de intensidad.

a) 1,6 N b) 3,2 N c) 4,8 N
d) 2,4 N e) 5,6 N

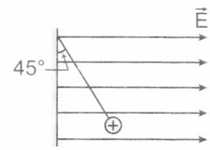
18. Hallar la tensión en el hilo de seda si la partícula que se suspende tiene una carga de -2×10^{-3} C, una masa de 600 g y está dentro de un campo uniforme E = 4000 N/C. (g = 10 m/s^2).

a) 7 N
b) 14 N
c) 28 N
d) 21 N
e) 35 N



19. Una partícula de carga +q y masa m se encuentra suspendida en equilibrio en el interior de un campo eléctrico uniforme E. Determine E.

a) mg
b) mgq
c) mg/q
d) gq
e) 2m/q



20. En dos vértices de un triángulo equilátero de 60 cm de lado se han colocado cargas de −4 C y 12 C. Determinar la intensidad de campo eléctrico en el vértice libre, en N/C.

a) $10^{6}\sqrt{7}$ b) $10^{2}\sqrt{7}$ c) $10^{3}\sqrt{7}$
d) $10^{5}\sqrt{7}$ e) $10^{4}\sqrt{7}$

21. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico a 3 cm de un protón?, (en N/C).

a) $1,6\times10^{-18}$ b) $1,8\times10^{-18}$
c) $1,1\times10^{-8}$ d) $1,8\times10^{-8}$
e) $1,6\times10^{-6}$

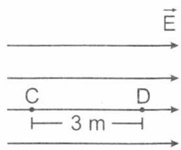
22. *Se tiene una esfera conductora neutra de* 3 cm de radio. Si esta pierde 10^{6} electrones, hallar el potencial eléctrico que adquiere.

a) $4,8\times10^{-4}$ V b) $4,8\times10^{-3}$ V
c) 4,8 V d) $4,8\times10^{-2}$ V
e) $4,8\times10^{2}$ V

23. Cuatro cargas puntuales de 1; 2; 3 y -3 μC, están colocadas en el mismo orden de los vértices de un cuadrado cuyo lado tiene una longitud de 1 m. Hallar el potencial eléctrico en el punto medio del lado que une las cargas de 1 μC y 2 μC.

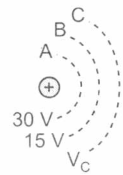
a) $5{,}4 \times 10^3$ V b) $5{,}4 \times 10^2$ V
c) $5{,}4 \times 10^4$ V d) $5{,}4 \times 10^5$ V
e) $5{,}4 \times 10^6$ V

24. Calcular la diferencia de potencial ($V_C - V_D$) entre los puntos C y D del campo eléctrico homogéneo de intensidad E = 15 N/C.



a) 30 V b) 12 V c) 45 V
d) 60 V e) 40 V

25. Calcular el potencial de C si para trasladar una carga de 10 *coulomb* desde A hasta C se realiza un trabajo de -200 J.



a) -10 V
b) 10 V
c) 5 V
d) -5 V
e) 0 V

CLAVES

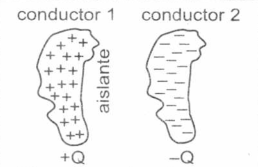
1. c	6. c	11. c	16. c	21. e
2. a	7. c	12. a	17. a	22. d
3. b	8. b	13. a	18. b	23. c
4. a	9. a	14. a	19. c	24. c
5. c	10. d	15. d	20. d	25. b

CONDENSADORES

CAPACITORES O CONDENSADORES

Un capacitor o condensador es un dispositivo que puede almacenar carga eléctrica; consiste de dos objetos conductores colocados uno cerca del otro, pero sin tocarse, cada conductor almacena cargas iguales de signos contrarios.

Observe que los cuerpos conductores no se tocan, siempre entre ellos existe una sustancia aislante llamada dielétrico. El aire o vacío es el aislante que comúnmente hay entre las armaduras del condensador.

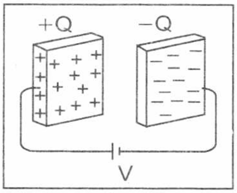


El condensador almacena carga eléctrica

CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS

Un capacitor característico consiste de un par de placas paralelas separadas por una distancia pequeña.

Si el condensador se conecta a los bornes de una batería, rápidamente se acumulan cargas, una placa adquiere carga negativa (–Q) y la otra una cantidad igual de carga positiva (+Q).



Para un capacitor dado, se ve que la cantidad de carga Q adquirida es proporcional a la diferencia de potencial: $CV = Q$; de donde: $\boxed{C = Q/V}$

La constante de proporcionalidad C, se llama capacitancia o capacidad del condensador.

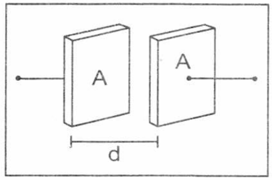
Unidades en el SI:

Q	V	C
coulomb (C)	*volt* (V)	$\dfrac{\textit{coulumb}}{\textit{volt}} = \textit{farad}$ (F)

El *farad* (F) suele ser una unidad muy grande, mayormente emplearemos el microfarad: $1\ \mu F = 10^{-6}\ F$

CARACTERÍSTICAS DE UN CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS

- La capacitancia de un condensador de placas paralelas es directamente proporcional al área (A) de las placas e inversamente proporcional a su separación (d).



$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

C: capacitancia o capacidad del condensador, en F.

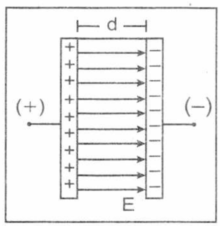
ε_0: permisividad del aire o vacío

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N.m^2$

A: área de las placas, en m^2

d: distancia entre las placas, en m

- Si la distancia d entre las láminas del condensador es pequeña, entre estas láminas se forma un campo eléctrico uniforme.



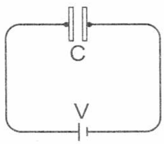
$$\boxed{V = Ed}$$

V: diferencia de potencial entre placas, en V.

E: intensidad del campo eléctrico.

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Un capacitor almacena energía eléctrica. Esta energía será igual al trabajo efectuado para cargarlo. Si un condensador de capacidad C se conecta a una batería de voltaje V, la energía almacenada en el condensador será:



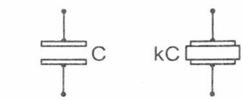
La batería hace trabajo para cargar el condensador

$$\boxed{U = \frac{1}{2}CV^2}$$

U: energía almacenada (*joules*)
C: capacidad (faradio)
V: diferencia de potencial o voltaje (voltios)

CAPACITORES CON DIELÉCTRICOS

Llenando un dieléctrico entre las placas de un condensador, su capacidad aumenta en un factor K, que se llama constante dieléctrica.

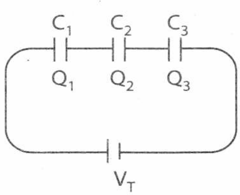


El dieléctrico aumenta la capacidad del condensador en un factor k

ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES

Capacitores en serie. Los capacitores están conectados en serie cuando se conectan unos a continuación de otros. En esta conexión se observan las siguientes características:

- Todos los condensadores en serie almacenan la misma carga:
  $Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$ ... (1)



- El voltaje de la batería se reparte en cada condensador:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 \quad ... (2)$$

- La inversa de la capacidad equivalente es igual a la suma de las inversas de las capacidades de cada condensador.

  Recordaremos que: $C = Q/V \Rightarrow V = Q/C$

  Reemplazando en (2):

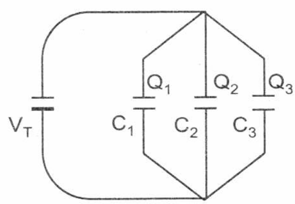
$$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

  Cancelemos las cargas porque son iguales:

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

Capacitores en paralelo. Un circuito en paralelo es aquel en el que dos o más condensadores se encuentran conectados a dos puntos comunes A y B. En este arreglo se observa las siguientes propiedades:

- La carga total se reparte en cada condensador.
  $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$ ... (1)



- Cada capacitor está conectado al mismo voltaje, el de la batería.
  $V_T = V_1 = V_2 = V_3$ ... (2)

- La capacidad equivalente es igual a la suma de las capacidades de los condensadores.
  Recordemos que: $C = Q/V \Rightarrow$ donde: $Q = CV$
  Reemplazando en (1):

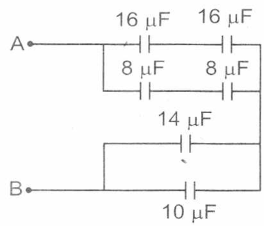
$$C_TV_T = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$$

  Cancelemos los voltajes porque son iguales.

$$\boxed{C_T = C_1 + C_2 + C_3}$$

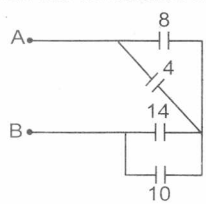
EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determine la capacidad equivalente entre los puntos A y B.

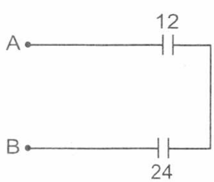


Resolución:

Se observan dos conexiones en serie:

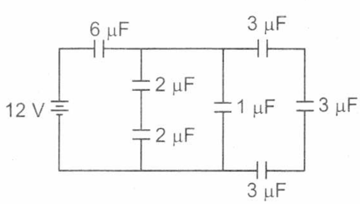


Se observan dos conexiones en parelelo:



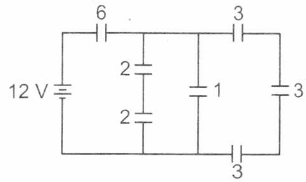
$$C_{eq} = \frac{12 \times 24}{(12+24)} = 8\ \mu F$$

2. Determine la energía que entrega la batería de 12 V al sistema de condensadores que se indica.



Resolución:

La energía que entrega la batería es igual a la energía que almacena el condensador equivalente del sistema.



Simplificando se tiene:

Serie: $\frac{1}{C_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$

$C_1 = 1\ \mu F$

Paralelo: $C_2 = 1 + \frac{2 \times 2}{4} = 1 + 1 = 2\ \mu F$

Paralelo: $C_3 = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3\ \mu F$

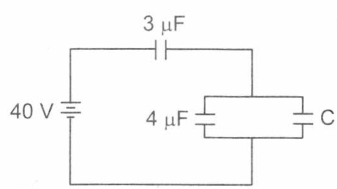
Serie: $C_4 = \frac{6 \times 3}{6+3} = 2\ \mu F$

$C_{eq} = C_4 = 2\ \mu F$

Luego: $W = \frac{CV^2}{2} = \frac{2 \times 10^{-6}(12)^2}{2}\ J$

$W = 144 \times 10^{-6}\ J \Rightarrow W = 144\ \mu J$

3. Si el sistema de condensadores que se muestra, almacena 1,6 *milijoules*; determine el valor de C.



Resolución:

En primer lugar se determina la C_{eq}; entonces:

$$C_{eq} = \frac{3(4+C)}{3+4+C} = \frac{3(4+C)}{7+C}$$

También: $W = \frac{C_{eq}V^2}{2}$

$$1{,}6 \times 10^{-3} = \frac{3(4+C)}{(7+C)} \times \frac{(40)^2}{2} \times 10^{-6}$$

$14 + 2C = 12 + 3C \Rightarrow C = 2\ \mu F$

4. Un condensador plano posee entre sus placas un dieléctrico de permitividad: $\varepsilon = 4\varepsilon_0$;

al conectar este dispositivo a una diferencia de potencial de 20 V la carga en una de las placas es de 20 μC. ¿Qué energía acumula este condensador cuando se le conecta a una fuente de 8 V?

Resolución:

Inicialmente: C = Q/V

$$\Rightarrow C = \frac{20 \times 10^{-6}\ C}{20\ V} = 10^{-6}\ F$$

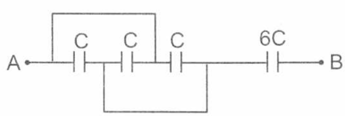
Finalmente cuando se conecta a 8 voltios:

$$W = \frac{CV^2}{2} = \frac{10^{-6}(8)^2}{2} = 32 \times 10^{-6}\ J$$

$W = 32\ \mu J$

EJERCICIOS PROPUESTOS

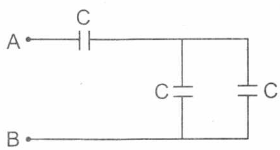
1. Hallar la capacidad equivalente entre los puntos A y B.



a) C b) 3C c) C/2
d) 6C e) 2C

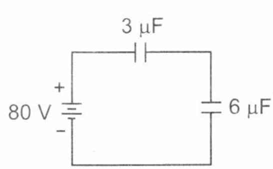
2. Hallar la capacidad equivalente entre A y B.

a) 2C/3
b) 3C
c) 3C/2
d) 3C/7
e) C/2



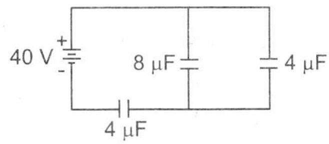
3. En el circuito mostrado, determinar la carga almacenada por el sistema.

a) 100 μC
b) 129 μC
c) 140 μC
d) 160 μC
e) 180 μC



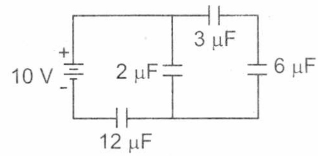
4. Calcular la carga eléctrica que almacena el condensador de 8 μF en el circuito mostrado.

a) 80 μC
b) 40 μC
c) 60 μC
d) 70 μC
e) 35 μC



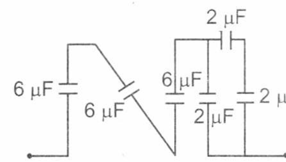
5. En el circuito mostrado, determine la energía almacenada.

a) 300 μJ
b) 250 μJ
c) 200 μJ
d) 150 μJ
e) 100 μJ

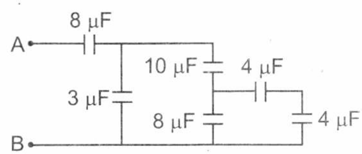


6. Hallar la capacidad equivalente en el circuito mostrado:

a) 1/5 μF
b) 2/5 μF
c) 4/5 μF
d) 5/4 μF
e) 6/5 μF



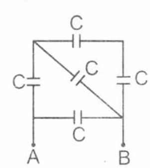
7. Determinar la capacidad equivalente entre los bornes A y B.



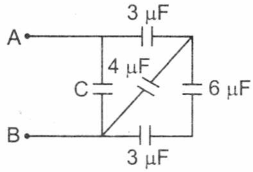
a) 1 μF b) 2 μF c) 3 μF
d) 4 μF e) 5 μF

8. En el circuito mostrado, hallar la carga del sistema, siendo el voltaje en AB: V voltios.

a) 8CV/5
b) 3CV/5
c) CV/5
d) 6CV/5
e) 4CV/5

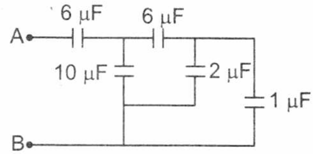


9. Calcular el valor de C si se sabe que el condensador equivalente tiene una capacidad de 10 μF.



a) 6 μF b) 7 μF c) 8 μF
d) 10 μF e) 12 μF

10. Calcular la capacidad equivalente entre los puntos A y B.



a) 6 μF
b) 3 μF
c) 4 μF
d) 12/5 μF
e) 5/12 μF

CLAVES

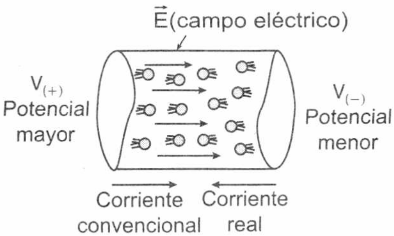
1. e	3. d	5. d	7. d	9. c
2. a	4. a	6. e	8. a	10. c

ELECTRODINÁMICA

Parte de la electricidad que estudia los fenómenos relacionados con las cargas eléctricas en movimiento.

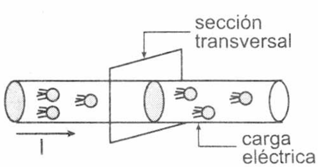
CORRIENTE ELÉCTRICA

Es el flujo o movimiento ordenado en una dirección determinada de partículas cargadas.



Nota:

- Se utiliza la corriente convencional.
- La corriente convencional es equivalente a la corriente real.
- La intensidad de corriente eléctrica (I) es aquella magnitud que nos expresa la cantidad de carga por unidad de tiempo que atraviesa una sección transversal del conductor.



$\boxed{I = q/t}$

Unidades:

I: *ampere* (A); q: *coulomb* (C); t: segundo (s)

Resistencia eléctrica. Las cargas al circular a través del conductor colisionan con los átomos de este, a esta oposición se le denomina resistencia eléctrica.

A cierta temperatura; la resistencia (R) de un alambre conductor es directamente proporcional a su longitud (L) e inversamente proporcional al área (A) de su sección tranversal.

Matemáticamente: $\boxed{R = \rho \frac{L}{A}}$

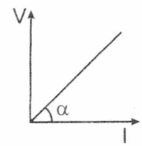
Unidades en SI:

ρ	L	A	R
Ω.m	m	m^2	Ω

La resistividad de un material (ρ) nos indica si dicho material es buen, regular o mal conductor de la electricidad.

Ley de Ohm. La resistencia eléctrica (R) es directamente proporcional al voltaje (V) e inversamente proporcional a la corriente (I) que la atraviesa.

$\boxed{R = \frac{V}{I}}$



$\boxed{R = \tan\alpha}$

Unidades:
V: voltio (V); I: *ampere* (A); R: ohmio (Ω)

Variación de la resistencia con la temperatura. En un conductor metálico su resistencia es proporcional a la temperatura.

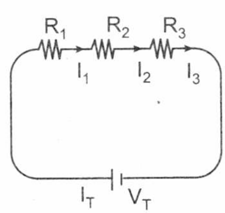
$$\boxed{R = R_0\,(1 + \alpha_t\,\Delta T)}$$

Donde: $\Delta T = T - T_0$ (variación de temperatura)
α_t: coeficiente térmico en ($°C^{-1}$)

ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

Podemos asociarlas en serie o paralelo.

1. **Resistencia en serie**. Las resistencias están conectadas en serie cuando están unas a continuación de otras; como en el diagrama.



En una conexión en serie se observa lo siguiente:

- La corriente que entrega la batería (I_T) es igual a la corriente que pasa por cada resistencia:

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3 \quad \dots (1)$$

- El voltaje que suministra la batería (V_T) se reparte en cada resistencia:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 \quad \dots (2)$$

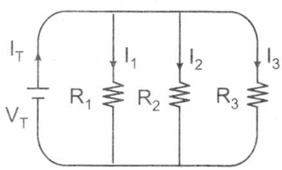
- Usando la ley de Ohm ($V = IR$) en la ecuación (2) obtendremos:

$$I_TR_T = I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3$$

En serie las corrientes son iguales; luego la resistencia equivalente será:

$$\boxed{R_T = R_1 + R_2 + R_3}$$

2. **Resistencias en paralelo.** Las resistencias están en paralelo cuando están conectadas al mismo par de puntos; como en el diagrama:



En una conexión en paralelo se observa lo siguiente:

I. La corriente que entrega la batería se reparte en cada resistencia:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad \dots (1)$$

II. Todas las resistencias están sometidas al mismo voltaje, el de la batería:

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \quad \dots (2)$$

III. Usando la ley de Ohm$\left(I = \frac{V}{R}\right)$ en la ecuación (1) obtendremos:

$$\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

En paralelo los voltajes son iguales, luego la resistencia equivalente será:

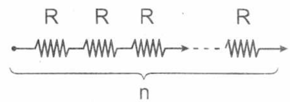
$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Observación:

- A mayor número de resistencias en serie, mayor resistencia equivalente.
- A mayor número de resistencias en paralelo, menor será la resistencia equivalente.

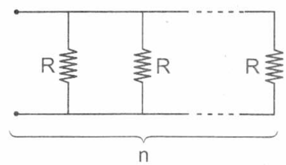
Casos particulares:

I.



$$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = nR}$$

II.



$$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R}{n}}$$

POTENCIA ELÉCTRICA DISIPADA EN UNA RESISTENCIA (P)

$$\boxed{P = I^2R = VI = \frac{V^2}{R}}$$

Unidades: voltio.*ampere* = *watt* (W)

ENERGÍA ELÉCTRICA DISIPADA (W)

$$\boxed{W = I^2Rt = VIt = \frac{V^2}{R}t}$$

Unidades: *joule* = voltio.*ampere*.segundo

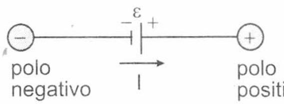
EFECTO JOULE

$$\boxed{Q = 0{,}24I^2Rt}$$

Q: cantidad de calor disipado en el conductor en calorías (cal).

FUERZA ELECTROMOTRIZ (ε)

También se denota fem; es la cantidad de energía eléctrica que entrega la fuente a cada unidad de carga que pasa por el interior de su polo negativo a su polo positivo. Se debe precisar que la fem no es una fuerza, es una energía convertida en energía eléctrica por unidad de carga.



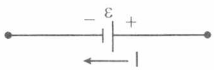
$$\boxed{\varepsilon = \frac{W}{q}}$$

Unidad: voltio (V) $= \dfrac{\textit{joule}\ (\text{J})}{\textit{coulomb}\ (\text{C})}$

W: energía suministrada a q por la fuente.

Observación:

Si la corriente pasa por la fuente de (+) a (−), entonces las cargas pierden energía eléctrica, en este caso la energía eléctrica se convierte en energía química (pilas, baterías).



POTENCIA DESARROLLADA POR UNA FUENTE DE ENERGÍA ELÉCTRICA

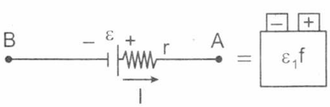
$$P = \frac{W}{t} = \frac{\varepsilon q}{t} \Rightarrow \boxed{P = \varepsilon I}$$

Unidad: *watt* (W) = voltio.*ampere*

Observación:

La misma expresión para la potencia se utiliza para calcular la potencia en una fuente receptora cuando la corriente o cargas pasan por su interior de (+) a (−).

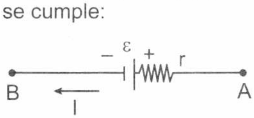
Fuente real



$\boxed{V_A - V_B = \varepsilon - Ir}$ $\quad (V_{AB} = V_A - V_B)$

r: resistencia interna de la fuente

Si la corriente pasa de (+) a (−) por el interior de una fuente, se cumple:



$\boxed{V_A - V_B = \varepsilon + Ir}$ $\quad (V_{AB} > \varepsilon)$

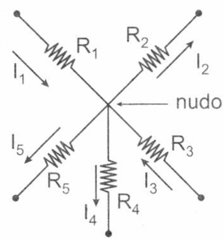
CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Asociación de recorridos cerrados formados, en general, por resistencias y generadores, a través de los cuales circula la carga eléctrica formando una o más corrientes.

LEYES DE KIRCHOFF

1.ª ley (ley de los nudos): se basa en el principio de conservación de la carga eléctrica, establece que en todo nudo la suma algebraica de corrientes que entran al nudo es igual a la suma de corrientes que salen del nudo.

Se llama nudo a todo punto del circuito en donde concurren tres o más conductores.



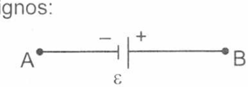
$$\boxed{\sum_{\text{nudo}} I_{\text{entran}} = \sum_{\text{nudo}} I_{\text{salen}}}$$

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

2.ª ley (ley de las mallas): basada en el principio de conservación de la energía. En toda malla o trayectoria cerrada, la suma algebraica de los voltajes que existen en la malla es igual a cero. También se puede enunciar para fuentes y resistencias que existen en la malla, que la suma de las fem de las fuentes es igual a la suma de los productos de las resistencias con las intensidades de corriente que circulan por ellas.

$$\boxed{\Sigma \Delta V = 0}$$

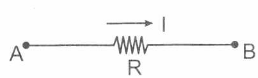
Regla de signos:



De A hacia B: ε(+)

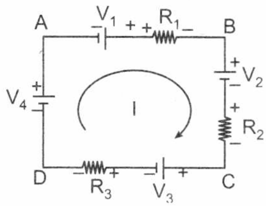
De B hacia A: ε(−)

También:



De A hacia B: −IR

De B hacia A: +IR



$$\boxed{\Sigma V_{\text{malla ABCDA}} = 0}$$

$$+V_1 - IR_1 - V_2 - IR_2 - V_3 - RI_3 + RI_4 + V_4 = 0$$

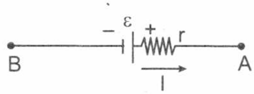
DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PUNTOS DE UN CIRCUITO

Para hallar la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera de un circuito, se inicia un recorrido en un punto hasta llegar al otro punto final siguiendo cualquier trayectoria.

$$\boxed{V_{\text{inicial}} + \Sigma V = V_{\text{final}}}$$

Ejemplos:

1. Hallar la diferencia de potencial entre los extremos de una fuente:



Haciendo el recorrido de B hacia A:

$V_B + \Sigma V = V_A \Rightarrow V_B + \varepsilon - Ir = V_A$

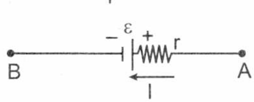
$V_A - V_B = \varepsilon - Ir$

Haciendo el recorrido de A hacia B:

$V_A + \Sigma V = V_B \Rightarrow V_A + Ir - \varepsilon = V_B$

$V_A - V_B = \varepsilon - Ir$

2. Hallar la diferencia de potencial entre los extremos de un receptor:

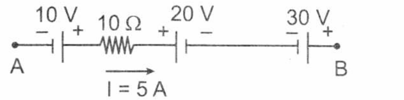


Haciendo el recorrido de B hacia A:

$V_B + \Sigma V = V_A \Rightarrow V_B + \varepsilon + Ir = V_A$

$V_A - V_B = \varepsilon + Ir$

3. Hallar la V_{AB}:



Haciendo el recorrido de A hacia B:

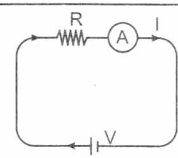
$V_A + \Sigma V = V_B \Rightarrow V_A + 10 - 5 \times 10 - 20 + 30 = V_B$

$V_A - V_B = 30\ V$

MEDICIÓN DE CORRIENTE Y VOLTAJE

1. **El amperímetro (A).** Es un dispositivo que, a través de cierta escala, mide la corriente eléctrica que circula por el circuito.

   Forma de uso: se instala en **serie** con la resistencia cuya corriente se quiere medir.



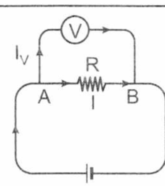
El amperímetro se instala en serie y mide la corriente I.

   Precaución: durante la fabricación del amperímetro se procura que tenga la menor resistencia interna posible para que cuando se instale en serie no modifique la resistencia del circuito ni altere la corriente original.

   Amperímetro ideal. Lo que quisiera diseñar el fabricante. El amperímetro ideal es aquel cuya resistencia interna es tan pequeña ($R_A \to 0$) que podría despreciarse.

2. **El voltímetro (V).** Este dispositivo nos permite medir la diferencia de potencial (voltaje) entre dos puntos de un circuito.

   Forma de uso: se instala en **paralelo** con la resistencia cuyo voltaje se quiere medir.



El voltímetro se instala en paralelo y mide el voltaje

Precaución: durante la fabricación del voltímetro se procura que tenga la mayor resistencia posible, para que cuando se instale en paralelo la corriente que circule por el voltímetro sea muy pequeña ($I_V \to 0$) y no altere la corriente original.

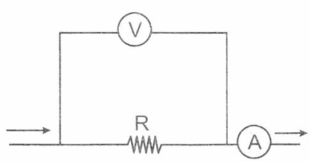
El voltímetro leerá la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

$$\boxed{\text{Lectura } (V) = R}$$

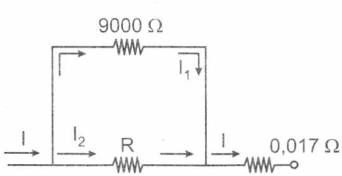
Voltímetro ideal. Lo que quisiera diseñar el fabricante. El voltímetro ideal es aquel cuya resistencia interna es tan grande ($R_V \to \infty$) que la corriente que circula por él podría despreciarse ($I_V \to 0$).

EJERCICIOS RESUELTOS

1. El voltímetro V de la figura indica 117 voltios y el amperímetro A indica 0,13 amperios. Si la resistencia eléctrica del voltímetro es 9000 ohmios y la del amperímetro es 0,017 ohmios, determine el valor de la resistencia R.



Resolución:



Ley de Ohm: $V = IR$

$117 = I_1(9000) \Rightarrow I_1 = \dfrac{117}{9000}$ A

De la conexión en paralelo:

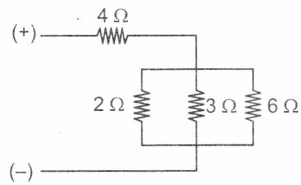
$I_1 + I_2 = I \Rightarrow \dfrac{117}{9000} + I_2 = 0,13$

$I_2 = 0,117$ A

Ley de Ohm: $V = IR$

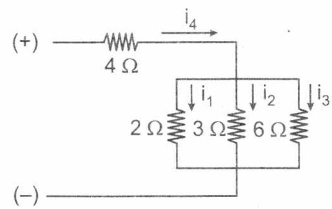
$117 = 0,117 \times R \Rightarrow R = 10^3\ \Omega$

2. Determine la cantidad de calor que disipa la resistencia de 4 Ω durante 100 s; se sabe que la caída de tensión en la resistencia de 3 Ω es de 13 V.



Resolución

De la conexión en paralelo que se tiene:



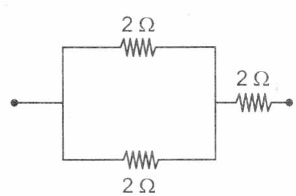
$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 \wedge 2I_1 = 3I_2 = 6I_3 = 12$

$\Rightarrow I_1 = 6$ A; $I_2 = 4$ A $\Rightarrow I_3 = 2$ A; $I_4 = 12$ A

Del efecto Joule: $Q = 0,24\ I^2 Rt$

$Q = 0,24(12)^2(4)(100) \Rightarrow Q = 13\,824$ cal

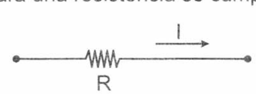
3. Cada una de las resistencias del sistema mostrado en la figura puede disipar un máximo de 18 vatios sin fundirse. ¿Cuál es la máxima potencia que puede disipar el sistema mostrado?



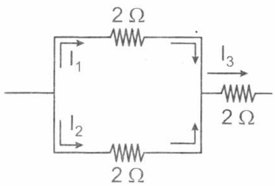
Resolución:

Se sabe que para una resistencia se cumple:

$P = I^2R$



De los datos se sabe que cada resistencia puede disipar como máximo 18 vatios sin fundirse.



Entonces: $18 = I_3^2(2) = I_3 = 3$ A

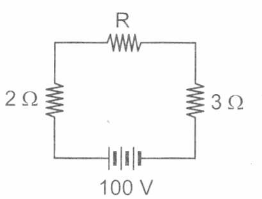
Además: $I_1 = I_2 = 1{,}5$ A

Finalmente:

$P_{máxima} = (1{,}5)^2(2) + (1{,}5)^2(2) + (3)^2(2)$

$P_{máxima} = 27$ vatios

4. La cantidad de calor que disipa la resistencia R en 16 s es capaz de fusionar a 24 g de hielo que se encuentran a 0 °C. ¿Cuál es el valor de la resistencia R?



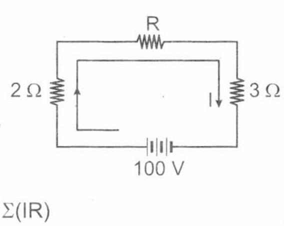
Resolución:

Se sabe que cuando existe cambio de fase, se cumple: $Q = ma = 24 \times 80$ cal

Del efecto Joule, se tiene: $Q = 0{,}24I^2Rt$

$0{,}24\ I^2R \times 16 = 24 \times 80 \qquad ...(\alpha)$

Del circuito:



$\Sigma\varepsilon = \Sigma(IR)$

$100 = 2I + IR + 3I \Rightarrow I = 100/(5 + R)$

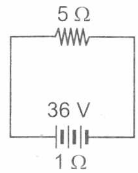
En (α): $0{,}24 \times \dfrac{100^2}{(5+R)^2} \times R \times 16 = 24 \times 80$

$20R = 25 + 10R + R^2$

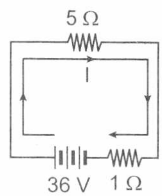
$0 = 25 - 10R + R^2$

$0 = (R - 5)^2 \Rightarrow R = 5\ \Omega$

5. Determine el valor de la potencia eléctrica que disipa la resistencia de 5 Ω, en el circuito eléctrico que se muestra.



Resolución:



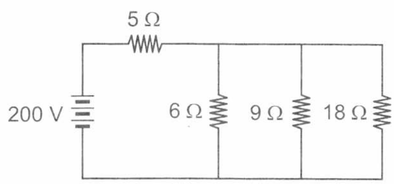
$\Sigma\varepsilon = \Sigma(IR)$

$36 = 5I + I \Rightarrow I = 6$ A

Para la potencia: $P = I^2R$

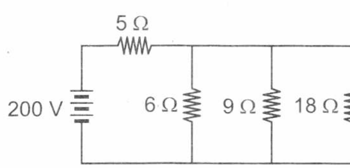
$P = (6)^2 \times 5 = 180$ W

6. Del circuito eléctrico que se indica se pide determinar la potencia eléctrica consumida.



Resolución:

La potencia eléctrica consumida o disipada por el circuito es de igual valor a la que disipa la resistencia equivalente, entonces:

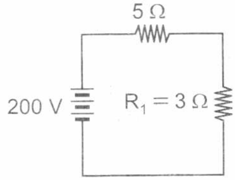


Conexión en paralelo:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{6}{18} \Rightarrow R_1 = 3\ \Omega$$

Luego se tiene:

$R_{eq} = 8\ \Omega$

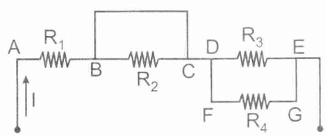


Finalmente: $P = I^2R = V^2/R$

$P = (200)^2/8 = 5\ kW$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Del gráfico mostrado, indicar verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:
   I. Por R_1 pasa la corriente I.
   II. Por R_2 no pasa corriente.
   III. $V_{DE} = V_{FG}$



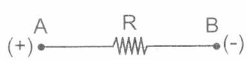
a) VVV b) FFF c) VFV
d) FVF e) VVF

2. Determinar la intensidad de corriente que pasa por un conductor, si se sabe que en el tiempo de 0,01 s pasan 4 C de carga.

a) 2×10^{-2} A b) $4\times10-1$ A c) 0,44 A
d) 4×10^{-2} A e) 400 A

3. Determinar la intensidad de corriente del siguiente conductor y su sentido, si:
$V_A = 100$ V; $V_B = 80$ V; $R = 50\ \Omega$

a) 1 A (→)
b) 2 A (→)
c) 1,4 A (←)
d) 0,4 A (→)
e) 10,4 A(→)

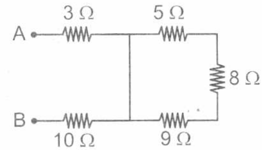


4. Un foco conectado a una fuente de alimentación de 10 V, disipa 24 calorías en 2 minutos. Hallar la resistencia del foco.

a) 100 Ω b) 120 Ω c) 150 Ω
d) 200 Ω e) 250 Ω

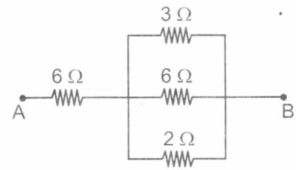
5. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

a) 10 Ω
b) 36 Ω
c) 13 Ω
d) 20 Ω
e) 40 Ω



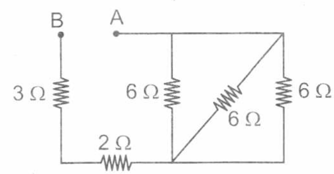
6. Cuál es la resistencia equivalente entre A y B.

a) 1 Ω
b) 2 Ω
c) 3 Ω
d) 4 Ω
e) 5 Ω

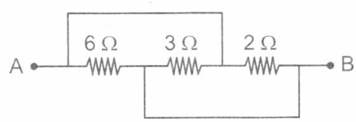


7. Determine la resistencia equivalente entre A y B.

a) 7 Ω
b) 5 Ω
c) 4 Ω
d) 3 Ω
e) 2 Ω



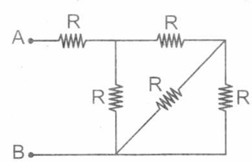
8. Calcular la resistencia equivalente entre A y B:



a) 0,5 Ω b) 0,8 Ω c) 1 Ω
d) 1,2 Ω e) 2 Ω

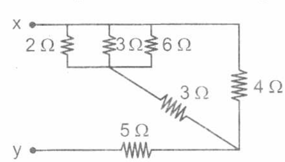
9. Hallar la resistencia equivalente entre A y B.

a) 8R/5
b) R
c) 3R/5
d) 5R/3
e) 5R/2

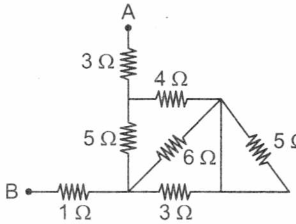


10. Hallar la resistencia equivalente entre x e y.

a) 5 Ω
b) 7 Ω
c) 9 Ω
d) 3 Ω
e) 8 Ω



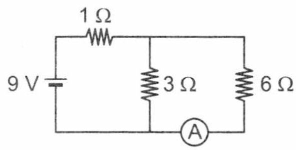
11. Hallar la resistencia equivalente entre A y B.



a) 4 Ω b) 5 Ω c) 6 Ω
d) 7 Ω e) 8 Ω

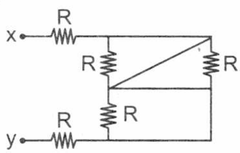
12. Determine la lectura del amperímetro ideal.

a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 2,5 A
e) 3,5 A



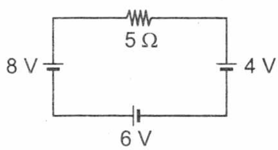
13. Del gráfico determinar la resistencia equivalente entre x e y.

a) R
b) 2R
c) R/2
d) R/3
e) 5R



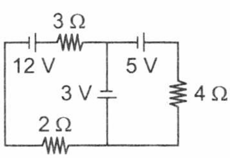
14. Determine la corriente en el siguiente circuito.

a) 1 A
b) 3 A
c) 2 A
d) 3,6 A
e) 0,4 A



15. En el siguiente circuito eléctrico, calcular las corrientes que pasan por 2 Ω y 4 Ω.

a) 3 A; 3 A
b) 3 A; 2 A
c) 4 A; 2 A
d) 3 A; 1 A
e) 1 A; 2 A



16. Indicar verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

I. La unidad de la intensidad de corriente eléctrica en el SI es el amperio (A).

II. La intensidad de corriente es una magnitud vectorial.

III. 1 *volt* = 1 *ampere.ohm*

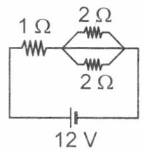
IV. Las cargas eléctricas qué fluyen en un conductor son los protones.

V. 1 *watt* = 1 *volt . ampere*

a) FFVFV b) VVVVV c) VFVFV
d) VVFFF e) VFVVF

17. En el circuito mostrado calcular la intensidad de corriente que pasa por las resistencias de 2 Ω.

a) 1 A; 2 A
b) 2 A; 2 A
c) 3 A; 3 A
d) 2 A; 3 A
e) 4 A; 3 A



18. La intensidad de corriente en un conductor es de 30 A, hallar el tiempo en que circulan 4500 C (en minutos)

a) 1 b) 2 c) 2,5
d) 3 e) 3,5

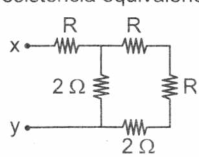
19. Cuando una plancha se conecta a la diferencia de potencial de 220 V, circula por ella una corriente de 8 A. Calcular la resistencia de la plancha eléctrica.

a) 27 Ω b) 27,5 Ω c) 29 Ω
d) 26 Ω e) 28 Ω

20. Por una tostadora electrodoméstica circulan 11 A de corriente; calcular la resistencia de la tostadora eléctrica. (V = 220 V)

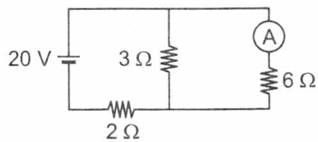
a) 20 Ω b) 30 Ω c) 40 Ω
d) 50 Ω e) 60 Ω

21. Hallar la resistencia equivalene entre x e y.



a) R b) 2R c) 3R
d) R/2 e) R/3

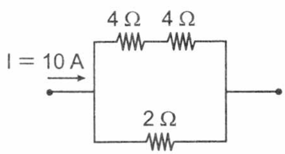
22. En el circuito mostrado, cuánto marcará el amperímetro instalado.



a) 1,67 A b) 1,56 A c) 1,48 A
d) 1,7 A e) 1,9 A

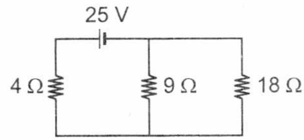
23. Halle la corriente que pasa por la resistencia de 2 Ω.

a) 2 A
b) 4 A
c) 6 A
d) 8 A
e) 10 A



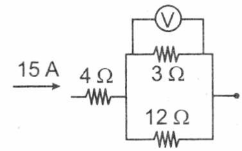
24. Halle la corriente que circula por la resistencia de 4 Ω.

a) 2,5 A
b) 7 A
c) 8 A
d) 9 A
e) 5 A



25. Determine la lectura del voltímetro ideal.

a) 24 V
b) 30 V
c) 36 V
d) 12,5 V
e) 15 V



CLAVES

1. c	6. e	11. d	16. a	21. b
2. e	7. a	12. a	17. c	22. a
3. d	8. c	13. b	18. c	23. d
4. b	9. a	14. c	19. b	24. a
5. c	10. b	15. b	20. a	25. c

ÓPTICA

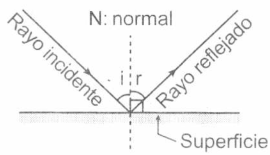
Estudia a la luz y los fenómenos que ocasiona.

Naturaleza de la luz. La luz tiene una naturaleza doble, cuando se propaga se comporta como una onda electromagnética y cuando interacciona con la materia, como si estuviera formado por pequeñas partículas o corpúsculos, es decir, tiene una naturaleza ondulatoria o corpuscular.

En un medio homogéneo y transparente la luz se propaga en línea recta, representado por rayos luminosos. En el vacío su velocidad es máxima y su valor es c = 300 000 km/s en forma aproximada.

Reflexión y refracción de la luz. Si la luz incide sobre una superficie que separa a dos medios transparentes, una parte de la luz se refleja y la otra parte se refracta penetrando en el segundo medio.

REFLEXIÓN DE LA LUZ



i: ángulo de incidencia

r: ángulo de reflexión

Leyes de la reflexión:

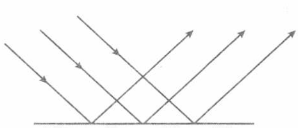
1.ª Los rayos incidente, reflejado y la normal en el punto de incidencia, están en un mismo plano.

2.ª El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, es decir, $\boxed{i = r}$

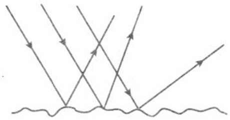
Observación:

La luz al reflejarse se sigue propagando en el mismo medio sin cambiar su velocidad, frecuencia y longitud de onda.

Reflexión regular. Se presenta en superficies perfectamente pulidas, obteniéndose que los rayos de luz que inciden paralelamente se reflejarán también paralelamente.



Reflexión difusa. Se produce en superficies rugosas obteniéndose que los rayos que inciden paralelamente se reflejan en todas las direcciones.

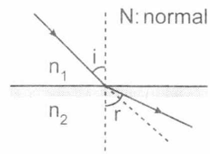


REFRACCIÓN DE LA LUZ

Índice de refracción (n). Es un número sin unidades (cantidad a dimensional) que para una luz monocromática se define como la velocidad de la luz en el vacío (c) dividido por la velocidad de la luz en dicho medio (v). El índice de refracción mide la densidad óptica del medio transparente.

$\boxed{n = c/v}$ $\qquad n \geq 1$

Leyes de la refracción:



i: ángulo de incidencia

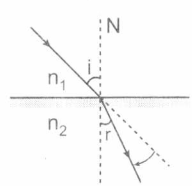
r: ángulo de reflexión

1.ª Los rayos incidentes, refractado y la normal se encuentra en el mismo plano.

2.ª $\boxed{n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r}$

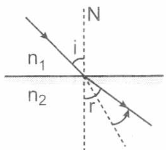
Casos particulares:

I. Si la luz pasa de un medio de menor índice a otro medio de mayor índice, se desvía acercándose a la normal.



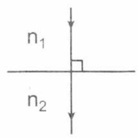
$n_1 < n_2$; $i > r$

II. Si la luz pasa de un medio de mayor índice a menor índice, se desvía alejándose de la normal.



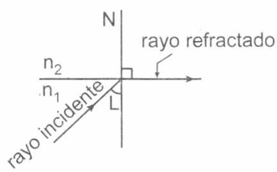
$n_1 > n_2$; $i < r$

III. Si la luz incide perpendicularmente a la superficie no se desvía.



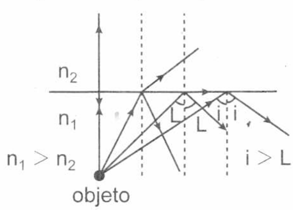
Observación:
Cuando la luz se refracta cambia su velocidad y longitud de onda, pero su frecuencia no varía.

Ángulo límite (L). Es el ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción de 90°, esto solo sucede cuando la luz pasa de un medio de mayor índice a un medio de menor índice de refracción.

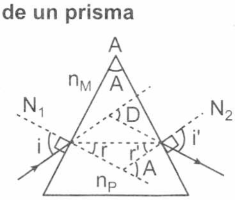


$n_1 \text{senL} = n_2 \text{sen}90° \Rightarrow \boxed{L = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right);\ n_1 > n_2}$

Reflexión total. Es aquel fenómeno que se produce cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite y la luz no puede pasar al otro medio.



Refracción de un prisma



Por geometría: $D = i + i' - A$

Si: D es mínimo (D_{min}) $\Rightarrow i = i'$

Luego: $D = 2i - A \Rightarrow i = \dfrac{A + D_{min}}{2}$

además: $r = r' \Rightarrow r = \dfrac{A}{2}$

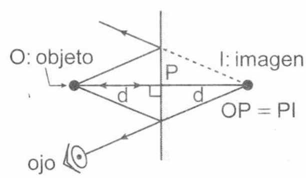
Por Snell: $n_M \text{seni} = n_P \text{senr} \Rightarrow n_p = n_M \dfrac{\text{seni}}{\text{senr}}$

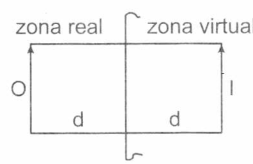
$$\therefore \boxed{n_P = n_M \frac{\text{sen}\left(\frac{A + D_{min}}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

ESPEJOS

Son superficies perfectamente pulidas donde solo se produce reflexión regular.

Espejos planos



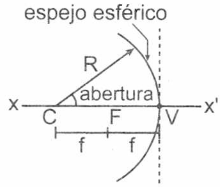


Características de la imagen:

1. El tamaño de la imagen es igual al tamaño del objeto.
2. La ubicación del objeto y su imagen es simétrica al espejo.
3. La imagen es virtual y derecha.

Espejos esféricos. Son casquetes esféricos pulidos. Si está pulido en la parte interior es cóncavo y convexo si está pulido en la parte exterior. La abertura del espejo debe ser pequeña (menor de 10°).

Elementos:



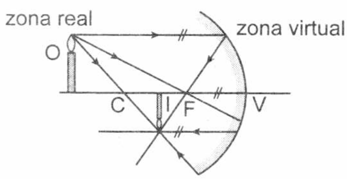
C: centro de curvatura
V: vértice
f: distancia focal
f: R/2

F: foco
xx': eje principal
R: radio de curvatura

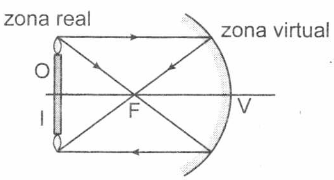
IMÁGENES EN ESPEJOS ESFÉRICOS

Espejos cóncavos

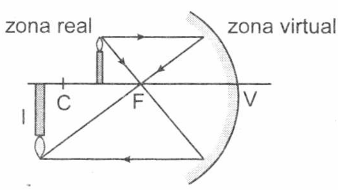
1. **El objeto más allá de C.** La imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.



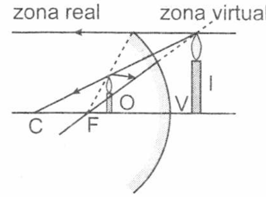
2. **El objeto en C.** La imagen es real, invertida y de igual tamaño que el objeto.



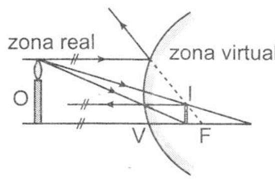
3. **El objeto entre C y F.** La imagen es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.



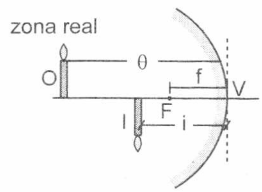
4. **El objeto en F.** No existe imagen porque los rayos reflejados son paralelos.
5. **El objeto entre F y V.** La imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.



Espejos convexos. La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño.



Elementos:



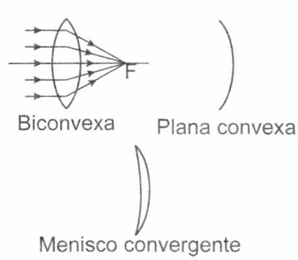
θ: distancia del objeto al espejo (V)
i: distancia de la imagen al espejo (V)
f: distancia focal.

LENTES

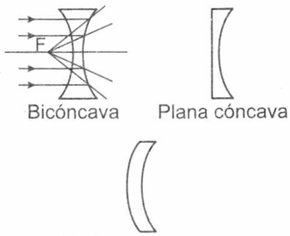
Son cuerpos transparentes limitados por superficies esféricas, una de las superficies puede ser plana. Estudiaremos lentes delgadas.

Tipos de lentes

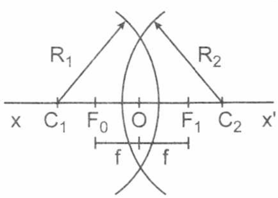
Lentes convergentes. Cuando un grupo de rayos luminosos incide sobre estas lentes, se desvían hacia la parte más gruesa de la lente, al salir de la lente convergen hacia un punto F llamado foco principal.



Lentes divergentes. Si los rayos luminosos paralelos llegan a la lente, al salir de la lente divergen y sus prolongaciones se cortan en un solo punto F que es el foco principal de la lente.



Elementos de la lente

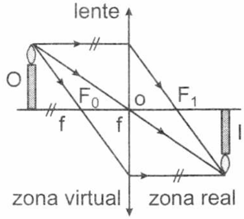


C_1, C_2: centros de curvatura de las superficies que limitan a la lente.
R_1, R_2: radios de curvatura
O: centro óptico de la lente
xx': eje principal
F_0: foco donde está el objeto
F_1: foco donde está la imagen
f: distancia focal

FORMACIÓN DE IMÁGENES

Lentes convergentes

1. **Objeto más allá de 2f con respecto a la lente.** La imágen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

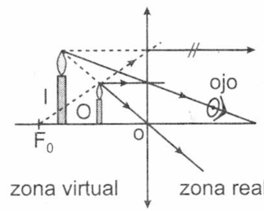


2. **El objeto a 2f de la lente.** La imagen es real, invertida y de igual tamaño que el objeto.

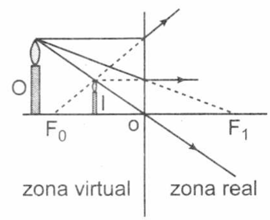
3. **El objeto entre 2f y f.** La imagen es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

4. **El objeto en F_0.** No hay imagen porque los rayos refractados no se cortan.

5. **El objeto entre F_0 y el centro óptico.** La imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.



Lentes divergentes. La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.



1. **Ecuación de Descartes**

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{i}}$$

θ: distancia del objeto a la lente
i: distancia de la imagen a la lente
f: distancia focal
θ: (+)

$$i: \begin{cases} (+)\text{: imagen real, invertida} \\ (-)\text{: imagen virtual, derecha} \end{cases}$$

$$f: \begin{cases} (+)\text{: lente convergente} \\ (-)\text{: lente divergente} \end{cases}$$

2. **Ecuación del aumento (A)**

$$\boxed{|A| = \frac{\text{Tamaño de la imagen}(T_I)}{\text{Tamaño del objeto}(T_O)}}$$

$\boxed{A = -\frac{i}{\theta}}$; A: $\begin{cases} (+)\text{: imagen virtual,} \\ (-)\text{: imagen real, invertida} \end{cases}$

3. Ecuación de fabricante de lentes

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

n_L: índice de refracción del material de la lente
n_M: índice del medio que rodea a la lente.
R_1, R_2: radios de las superficies que limitan a la lente.
Superficies cóncavas: R: –
Superficies convexas: R: +
Superficies planas: R: ∞

Observación:
Las lentes que son convergentes en un medio puede ser divergentes en otro medio y viceversa.

4. Potencia óptica de la lente (P)

$$\boxed{P = \frac{1}{f}}$$

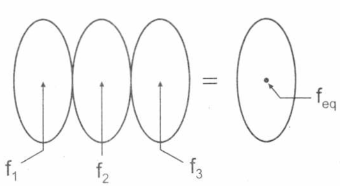
Unidades:
f: metro (m)
P: dioptría

5.

$$\boxed{f^2 = x_1 x_2}$$

f: distancia focal
x_1: distancia del objeto al foco objeto (F_0)
x_2: distancia de la imagen al foco imagen (F_1)

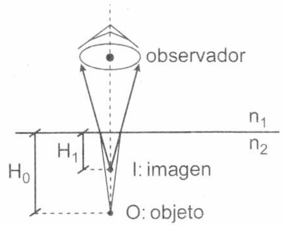
6. Asociación de lentes en contacto



$$\boxed{\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}}$$

IMÁGENES POR REFRACCIÓN EN UNA SUPERFICIE PLANA

Se produce por la intersección de las prolongaciones de los rayos refractados provenientes del objeto.

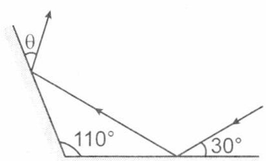


$$\boxed{H_1 = H_0 \times \frac{n_1}{n_2}}$$

n_1: índice del medio donde está el observador.
n_2: índice del medio donde está el objeto.
H_I: distancia de la imagen a la superficie que separa los medios (profundidad aparente).
H_0: distancia del objeto a la superficie (profundidad real).

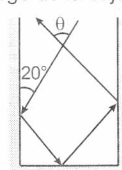
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se muestra dos espejos planos que forman 110° y un rayo que se refleja sucesivamente en los dos espejos. Determine θ.



a) 10° b) 20° c) 30°
d) 40° e) 50°

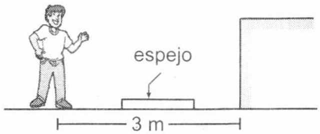
2. Se muestra una caja cúbica interiormente reflectora y un rayo incidente que luego de 3 reflexiones emerge de la caja. Halle θ.



a) 20°
b) 30°
c) 40°
d) 50°
e) 60°

3. En la figura se muestra a una persona de 1,6 m de altura que ve con las justas el extremo del

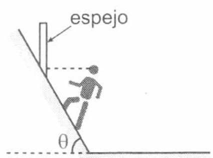
muro de 0,8 m de altura a través del espejo plano y cuadrado de 10 m de lado. ¿A qué distancia del muro está el espejo?



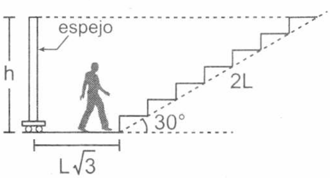
a) 1,2 m b) 1,3 m c) 1,4 m
d) 1,5 m e) 0,9 m

4. El hombre en la posición indicada no logra observarse, luego camina 1 m sobre la superficie inclinada pudiendo ver 1,6 m de la longitud de su cuerpo. Si la altura de la persona es 1,8 m; determine θ.

a) 16°
b) 37°
c) 53°
d) 45°
e) 30°



5. Mientras la persona sube las escaleras, el espejo es acercado y justo cuando la persona termina de subir, el espejo llega al pie de la escalera. Si la rapidez media de la imagen de la persona es de 1,5 m/s, determine la rapidez media de la persona.



a) 1,5 m/s b) 2 m/s c) $1,5\sqrt{3}$ m/s
d) 3 m/s e) 4 m/s

6. Un objeto es colocado a 6 cm de un espejo esférico obteniéndose una imagen invertida con un aumento de -5, luego son ciertas:
I. La imagen del objeto es virtual.
II. La imagen está a 30 cm del espejo
III. El espejo es cóncavo.

a) VFV b) VVF c) FVV
d) VFF e) FVF

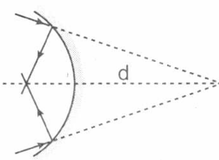
7. ¿Cuál es el radio de curvatura (en cm) de un espejo de afeitar que da un aumento triple de un rostro a 30 cm del vértice del espejo?

a) 60 b) 70 c) 80
d) 90 e) 95

8. Señalar verdadero (V) o falso (F) con respecto a los espejos esféricos:
I. Las imágenes virtuales siempre se forman detrás del espejo.
II. Los espejos convexos siempre dan imágenes más pequeñas.
III. Los espejos cóncavos siempre dan imágenes reales.

a) VFV b) VVV c) FVV
d) FFV e) VV F

9. Un haz cónico convergente incide como se muestra en un espejo esférico cóncavo de 0,8 m de radio de curvatura. ¿A qué distancia del foco se intersecan los rayos reflejados? (d = 0,4 cm).



a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,3 m
d) 0,15 m e) 0,4 m

10. Un móvil se encuentra a 80 cm de un espejo cóncavo de radio 40 cm. ¿Con qué rapidez deberá acercarse un móvil al espejo, moviéndose sobre su eje, para que luego de 10 s, desaparezca su imagen?

a) 2 cm/s b) 4 cm/s c) 6 cm/s
d) 8 cm/s e) 10 cm/s

11. El radio de curvatura de un espejo esférico cóncavo es de 40 cm. ¿A qué distancia del espejo (en cm) debe colocarse el objeto para obtener una imagen real cuya altura sea la mitad del objeto?

a) 15 b) 30 c) 60
d) 80 e) 90

12. Un espejo cóncavo de radio R puede emplearse como cocina solar colocando la parrilla en

el eje principal del espejo a una distancia x del vértice, luego se cumplirá que:

a) $x = R$ b) $x = R/2$ c) $x > R/2$
d) $x < R/2$ e) $x = 0$

13. Un espejo esférico cóncavo da una imagen real cuyo tamaño es tres veces mayor que el objeto. Determinar la distancia focal del espejo, si la distancia entre el objeto y su imagen es 20 cm.

a) 7,5 cm b) 8,0 cm c) 8,5 cm
d) 9,0 cm e) 9,5 cm

14. Un objeto de 4 cm de altura situado frente a un espejo cóncavo, dista 15 cm del vértice del espejo. Si el radio de curvatura es 40 cm, ¿qué característica tiene la imagen?

a) Virtual, invertida, de 4 cm de altura
b) Real, derecha, de 8 cm de altura
c) Virtual, derecha, de 16 cm de altura
d) Virtual, derecha, de 8 cm de altura
e) Real, invertida, de 16 cm de altura

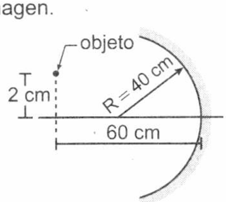
15. ¿Con qué ángulo se refleja un rayo luminoso en un espejo plano, que ha girado 15° en sentido horario con respecto al rayo reflejado en el espejo en su posición original?

a) 10° b) 20° c) 30° d) 40° e) 50°

16. Un espejo esférico cóncavo de 20 cm de radio, se utiliza para proyectar la imagen de un objeto sobre una pantalla a 110 cm del espejo. ¿Dónde debe ser colocado el objeto y cómo se verá la imagen?

a) 9 cm, invertida b) 10 cm, invertida
c) 11 cm, invertida d) 12 cm, invertida
e) 15 cm, invertida

17. De la figura, un objeto se encuentra girando alrededor del eje principal del espejo con 5 rad/s. Determine el valor de la velocidad tangencial de su imagen.



a) 5 cm/s
b) 6 cm/s
c) 8 cm/s
d) 10 cm/s
e) 15 cm/s

18. Considere que desde la superficie terrestre al centro del Sol hay una distancia S y que el diámetro de este es D. ¿Cuál será el diámetro de la imagen del Sol cuando se emplea un espejo cóncavo de radio R?

a) $DR/(2S - R)$ b) $SR/(D - R)$
c) $DR/(S - R)$ d) Cero
e) $DR/(2S + R)$

19. Frente a un espejo cóncavo de 60 cm de radio de curvatura se coloca una vela de 20 cm de altura. Si esta vela se ubica a 40 cm del espejo, calcular el tamaño (en cm) de la imagen.

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

20. La imagen real de un objeto producido por un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal es cuatro veces el tamaño del objeto. ¿A qué distancia (en cm) se encuentra el tamaño del objeto?

a) 20 b) 25 c) 30
d) 35 e) 40

21. En un espejo esférico convexo, se obtuvo una imagen de un objeto reducida diez veces, que dista 1,8 m del espejo. Calcular el radio de curvatura del espejo.

a) 60 cm b) 55 cm c) 50 cm
d) 45 cm e) 40 cm

22. ¿A qué distancia (en cm) de un objeto se coloca su imagen, si esta se coloca a 180 cm de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es 120 cm?

a) 60 b) 90 c) 120
d) 150 e) 180

23. Un dentista maneja un espejo cóncavo de 6 cm de radio de curvatura a una distancia de 2 cm del empaste de una muela. El tamaño de la imagen respecto al tamaño del empaste será:

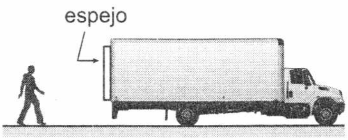
a) Igual b) Doble c) Triple
d) La mitad e) Un tercio

24. Cuando un objeto se coloca a 60 cm de un espejo esférico se obtiene una imagen derecha a 20 cm del espejo, luego, son ciertas:

I. La imagen es real.
II. El espejo es convexo.
III. El aumento en dicha posición es 3.

a) VVF b) VFF c) FVV
d) FVF e) FFV

25. En un camión, que se desplaza con rapidez constante de 6 m/s, está instalado un espejo plano, una persona se encuentra en reposo justo detrás del camión. Hallar la rapidez con la cual la persona ve moverse a su imagen.



a) 8 m/s b) 6 m/s c) 10 m/s
d) 12 m/s e) 14 m/s

26. ¿A qué distancia de un espejo convexo de 60 cm de radio habrá que colocar un objeto de 2 cm de altura, para que su imagen tenga una altura de 1 cm?

a) 1 cm b) 20 cm c) 30 cm
d) 40 cm e) 50 cm

27. Un objeto se ubica frente a un espejo cóncavo de tal manera que su imagen es invertida y del triple de tamaño. Si luego se aleja el espejo 80 cm del objeto, su imagen resultó la mitad del tamaño del objeto; determine la distancia focal del objeto.

a) 48 cm b) 40 cm c) 32 cm
d) 24 cm e) 64 cm

28. Una persona coloca el objeto delante de un espejo observando que se forma una imagen real del triple de tamaño. Determine la distancia focal del espejo si la distancia entre el objeto y su imagen es 20 cm.

a) 2,5 cm b) 5 cm c) 7,5 cm
d) 10 cm e) 12,5 cm

29. Determinar entre qué valores deberá estar comprendido el ángulo diedro que forman dos espejos planos de modo que el número de imágenes completas visibles entre ellos sea cuatro.

a) $60° < \theta \leq 72°$ b) $55° < \theta \leq 60°$
c) $\theta = 72°$ d) $72° < \theta \leq 80°$
e) $\theta = 60°$

CLAVES

1. d	7. d	13. c	19. e	25. d
2. c	8. e	14. c	20. b	26. c
3. e	9. b	15. c	21. e	27. e
4. c	10. c	16. c	22. b	28. c
5. a	11. c	17. a	23. c	29. a
6. c	12. b	18. a	24. a	

- Aritmética
- Álgebra
- Geometría
- Trigonometría
- Física
- Química
- Razonamiento Matemático
- Razonamiento Verbal
- Habilidad Verbal
- Economía y Ed. Cívica
- Lógica y Filosofía
- Historia del Perú
- Historia Universal
- Geografía
- Lengua
- Literatura
- Anatomía
- Psicología
- Biología

El Postulante
colección

FreeLibros

EDITORIAL SAN MARCOS
Oficina principal: Jr. Dávalos Lissón 135, Lima
Central telefónica: 331-1535 / 331-0968 Fax: 330-2405
Oficina de ventas: Telf.: 433-7611 RPC: 989361413
E-mail: ventas@editorialsanmarcos.com
Librería: Av. Garcilaso de la Vega 974, Lima. Telf.: 424-6563
E-mail: ventaslibreria@editorialsanmarcos.com
www.editorialsanmarcos.com

ISBN: 978-612-302-915-9
9 786123 029159